TECNICA

REVISTA DE ENGENHARIA

DOS ALUNOS DO

INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

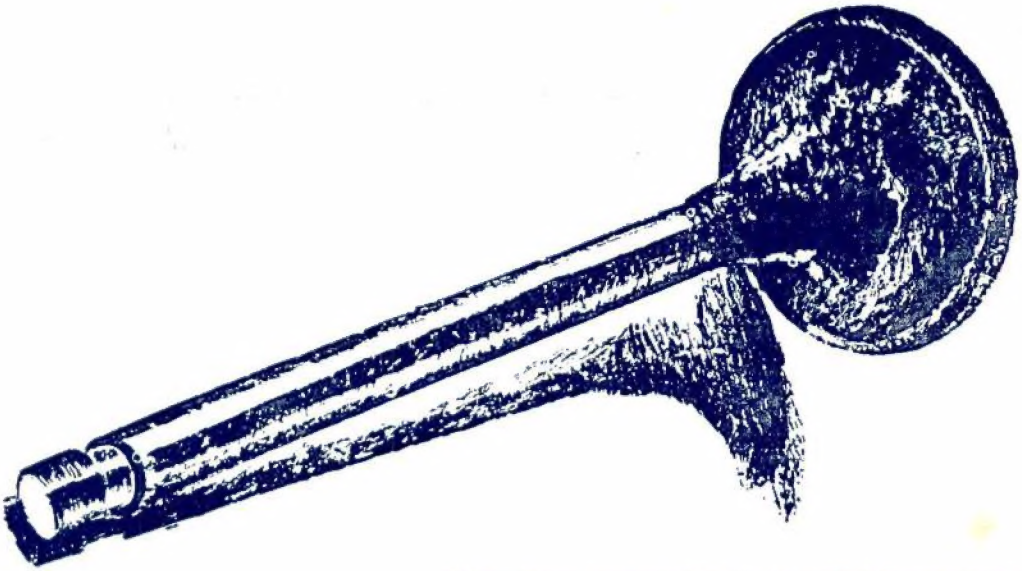
DEZEMBRO, 1932 NÚMERO 47

Um aspecto nocturno

da

Grande Exposição Industrial Portuguesa

O que resta duma válvula!



Os resíduos gomosos depositados pelo óleo prendem as hastes das válvulas às guias e impedem a sua vedação, dando origem à combustão das sedes das válvulas e à perda de potência. Os óleos SHELL são extraordinàriamente puros e isentos de resíduos

O que não acontecia usando

ÓLEOS SHELL

para motores

A organização da SHELL garante o abastecimento de óleos perfeitamente idênticos em qualquer parte do mundo, de modo que por muito que um carro viaje tem sempre assegurado o emprêgo do mesmo óleo e os benefícios das suas propriedades lubrificantes

SHELL

COMPANY OF PORTUGAL, LTD.

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

DIRECTOR: PAULO DE BARROS

PROPRIETÁRIO: *Sociedade Editorial "Técnica" (em organização)*

ADMINISTRADOR E EDITOR: SÉRGIO A. FERNANDES MEDEIROS

REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO: I. S. T. — Rua da Boa Vista, 79
Telef. 2 2111

Ano 1932 N.º 47
LISBOA — DEZEMBRO

Comp. e Imp. nas Of. Gráf. do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras
Rua do Quelhas, 6-A — LISBOA

SUMÁRIO

Relatório da Direcção da "Técnica" no ano de 1931-1932, por Paulo de Barros 523

Evolução do conceito de grupo, pelo Dr. Aureliano de Mira Fernandes Prof. I. S. T. 526

Grande Exposição Industrial Portuguesa 531

Primeira lição de um curso de Álgebra superior, pelo Dr. Bento de Jesus Caraça, Prof. do I. S. C. E. F. 533

Conferência mundial de energia 541

Produção, consumo e distribuïção da energia eléctrica 543

A locomotiva e a orientação moderna da sua construção 553

Notas Bibliográficas 559

Do Mundo Técnico 560

Publicações recebidas 560

Número avulso . . . . . 4$00

ASSINATURAS

Continente ou Ilhas adjacentes:

3 números . . . . . 12$00
6 » . . . . . 23$00
12 » . . . . . 44$00

Colónias Portuguesas e Espanha:

6 números . . . . . 30$00
12 » . . . . . 55$00

Estrangeiro:

6 números . . . . . 40$00
12 » . . . . . 70$00

DEPOSITÁRIO GERAL: SOCIEDADE EDITORIAL «TÉCNICA» (EM ORGANIZAÇÃO)
RUA DA BOA VISTA, 79 — LISBOA
TELEFONE 2 2111

União Eléctrica Portuguesa

Sede social — R. Duque de Loulé, 240

PORTO

CAPITAL { Acções..... 40.000 contos
Obrigações... 11.000 »

Electricidade do Lindoso

FORÇA { Hidráulica... 40.000 HP
Térmica .... 22.000 HP

Potência já contratada 20.000 HP
Potência disponível... 20.000 HP

Extensão total das linhas em exploração:
700 quilómetros

Facilidades para electrificação de Fábricas e linhas distribuïdoras nas zonas de: Pôrto, Braga, Coimbra, Figueira da Foz, Leiria, Alcobaça, Tomar, Caldas da Raínha, etc., etc.

Consultai as nossas tarifas

Execução

DE

Desenhos, plantas, cópias, etc., com perfeição

Preços módicos

DIZ-SE NA

Redacção da **TÉCNICA**

Duarte Ferreira & Filhos

Engenheiros construtores

TRAMAGAL

Máquinas agrícolas e industriais
A mais importante fábrica no país
Fundição de Ferro, Aço e outros metais
Trabalhos de mecânica em geral

IMPORTADORES DE

Motores «*Lister*» e «*National*», Bombas centrífugas «*Rateau*», Debulhadoras «*Marshall*», Tractores «*Case*» Ceifeiras «*Johnson*» e Charruas «*Melotti*»

FILIAL EM LISBOA:

Avenida Presidente Wilson, 17, 25

Telef. 2 3271

F. J. SOARES MENDES

Fundição de Aço, Ferro e outros metais

SERRALHARIA MECÂNICA E CIVIL

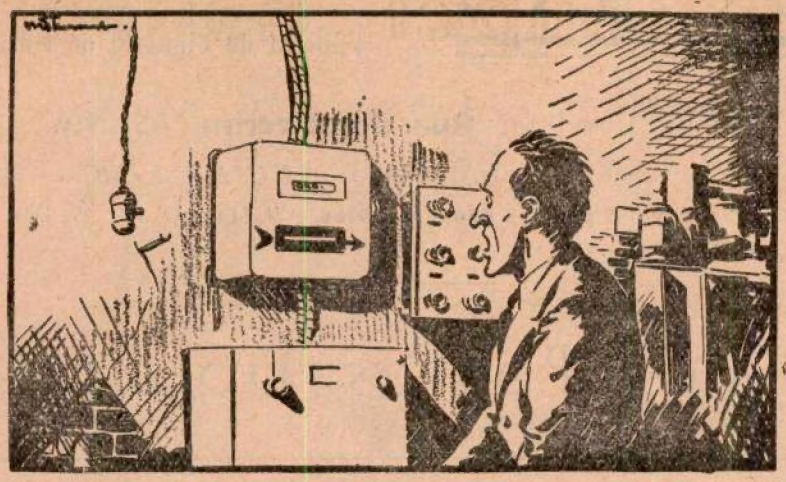
Rossio de Abrantes

Construção e montagem de lagares de azeite pelos processos mais modernos

Consultem os meus preços

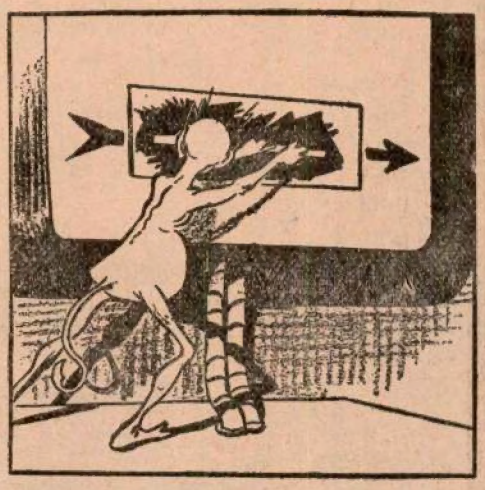
Enviam-se plantas e orçamentos

Material em Aço vasado e em ferro



Um autêntico intrujão é o comilão de corrente

Entra prazenteiro em sua casa. Mas uma vez aí instalado, mostra-se tal qual é. Põe o contador a trabalhar em marcha veloz e regosija-se com a contagem rápida. Ponham côbro a isso, quanto antes!



Comprem

Lâmpadas **PHILIPS**

porque nelas não habita o temivel

COMILÃO DE CORRENTE

POUCO CONSUMO E MUITA LUZ

é a divisa da marca PHILIPS

Lâmpadas PHILIPS

POUPAM A VISTA E O CONSUMO DE CORRENTE

SECIL

COMPANHIA GERAL DE CAL E CIMENTO

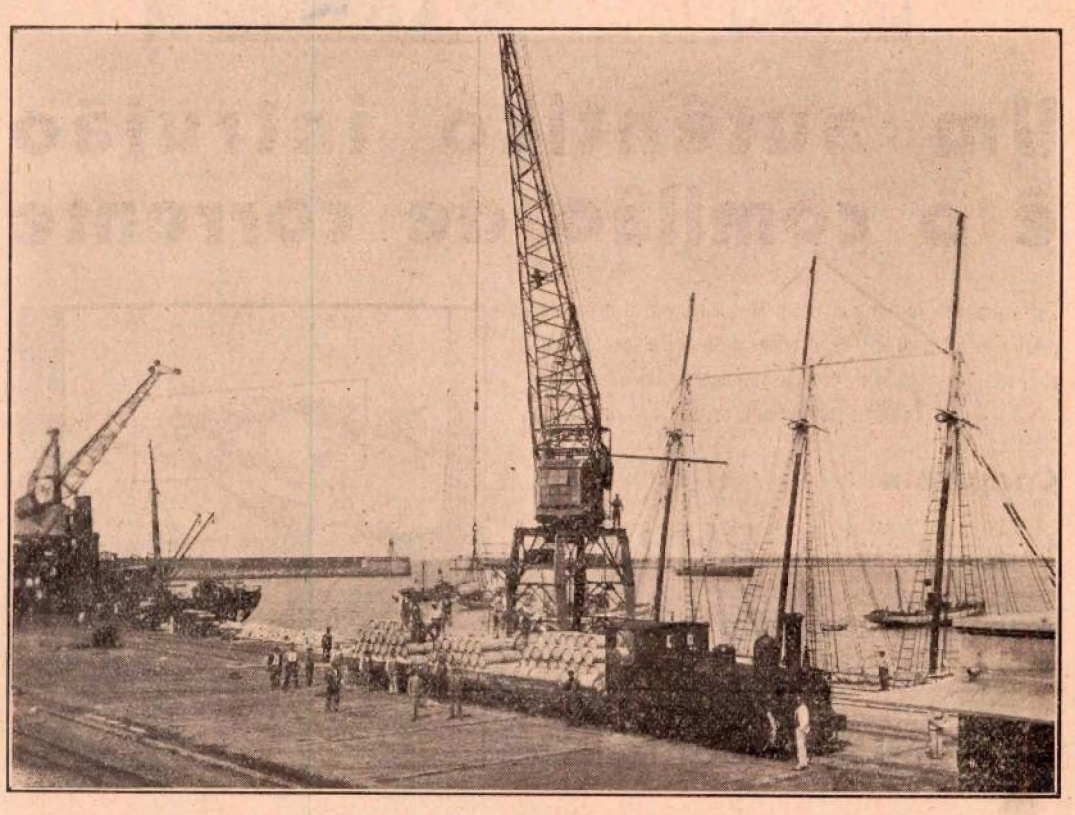
Fábrica de Cimento do Outão (SETÚBAL)

Delegação em Lisboa: **Rua do Alecrim, 45, 1.º**

Endereço telegráfico: *SECIL — Lisboa*

TELEFONES: 2 8201, 2 8202 e 2 9166 — AZEITÃO 14 — SETÚBAL 283

OBRAS DOS PORTOS DOURO-LEIXÕES



O Lugre «Antoninho» descarregando cimento SECIL adquirido pela Administração dos Portos de Douro-Leixões, para as obras a seu cargo

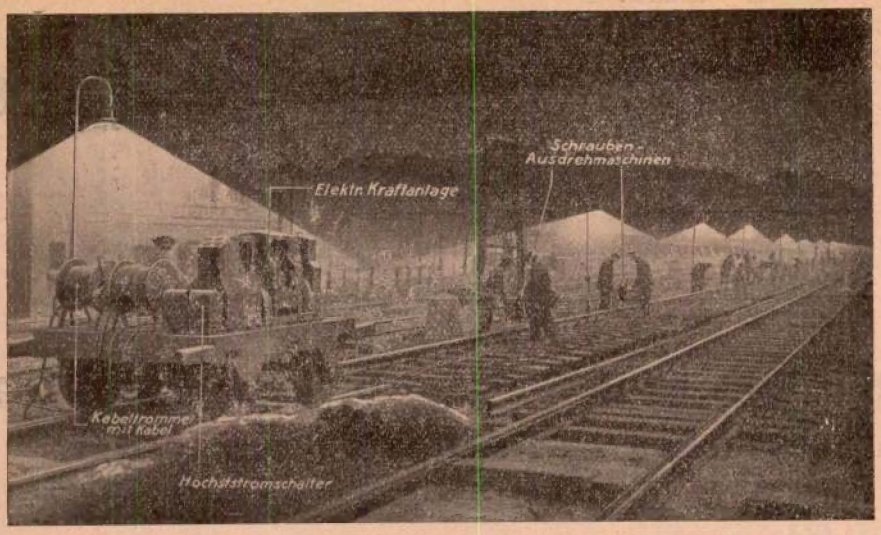
CIMENTO SECIL

FABRICADO EM FORNO ROTATIVO METÁLICO **«UNAX»**

As mais altas resistências — Regularidade absoluta, garantida

BARRICAS DE 180 QUILOS E SACOS DE 50 QUILOS

No anúncio publicado no último número saiu, por lapso, no título da gravura, «Obras do Pôrto de Setúbal» em vez de «Obras dos Portos de Douro-Leixões».



FERRAMENTAS ELÉCTRICAS TRABALHANDO NA CONSTRUÇAO DE VIAS FÉRREAS

Ferramentas eléctricas

KRUPP

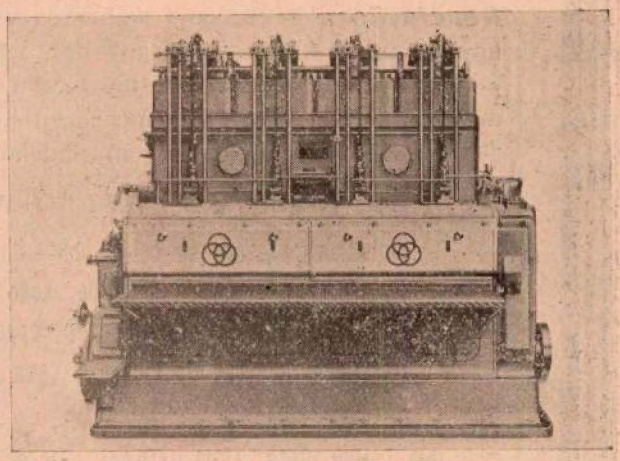
Para obras, que exigem transportar a ferramenta para o local do trabalho, como na construção de vias, em montagens de construções metálicas, enfim para todos os trabalhos que não se podem executar na oficina, são indispensáveis as **Máquinas eléctricas portáteis Krupp** e os respectivos **Grupos electrogéneos**

AGÊNCIA KRUPP, Cudell & Weltzien, Ltd. — R. de S. Paulo, 117, 121 — LISBOA

Motores «DIESEL»

KRUPP

São fabricados para fins terrestres e marítimos até às maiores potências



Êles reünem em si: **Segurança, Economia e Duração**

AGÊNCIA KRUPP, Cudell & Weltzien, Ltd.

LISBOA — RUA DE S. PAULO, 117, 121

Telefone: **2 3938** Telegramas: *KRUPPAGENTE*

é o único

papel heliográfico

de revelação à sêco

(patente registada em todos os países)

A rapidez com que se generalizou o seu emprêgo deve-se às seguintes vantagens reconhecidas:

Obtenção de provas positivas de traços pretos, azuis ou castanhos sôbre fundo claro, por um preço tão vantajoso que já não é necessário recorrer, por motivo económico, ao papel «Marion»

Tempo de exposição igual ao papel «Marion», ou seja 1/6 a 1/8 do que exigia o antigo papel positivo

Boas qualidades de conservação, tanto do papel virgem como das provas. Não se torna quebradiço com o tempo, um dos motivos porque o papel "OZALID" é preferido pelas Repartições Públicas

Não há deformação do papel, sempre inevitável com a revelação húmida, conservando-o portanto as provas rigorosamente iguais ao original

Revelação a sêco, com amoníaco de 15 a 25 %, fazendo-se uso de uma caixa de fácil construção onde cabe uma quantidade de rolos que podem ser revelados ao mesmo tempo, em poucos minutos; é o que há de mais simples. A pedido fornecemos estas caixas, racionalmente construídas em madeira contrafiada

As provas tiradas em papel **"OZALID"** distinguem-se por:

- resistirem à acção da cal ou cimento [importante em obras de construção]
- resistirem à acção da água de sabão [importante para serralherias]
- resistirem à acção dos ácidos e vapores ácidos
- resistirem à acção de gotas de água

No próprio interêsse de V. S.ª aconselhamos-lhe uma experiência
PEÇA UMA DEMONSTRAÇÃO ABSOLUTAMENTE GRATUITA E SEM COMPROMISSO PARA V. S.ª

Únicos fabricantes:

Kalle & Co. Aktiengesellschaft
Wiesbaden-Biebrich

DEPOSITÁRIOS { EM LISBOA — PAPELARIA FERNANDES, R. do Rato, 23 a 35 e R. do Ouro, 145 a 149
NO PORTO — NIEPOORT & Co., Rua S. Francisco, 23

TECNICA

PAULO DE BARROS
DIRECTOR

Dezembro de 1932 Número 47

RELATÓRIO DA DIRECÇÃO DA "TÉCNICA" NO ANO LECTIVO DE 1931-1932

(Aprovado na Assembleia Geral da Associação dos Estudantes do I S. T.)

EX.MO SENHOR PRESIDENTE DA ASSEMBLEIA GERAL

PRESADOS COLEGAS

É praxe, que eu não quero desrespeitar, vir o director da revista dizer algumas palavras sôbre a sua acção e sôbre a maneira como orientou os respectivos trabalhos. Por isso aqui estou, com a serena convicção do dever cumprido, apresentando êste relatório mais por obrigação do que por devoção, pois infelizmente, apenas uma pequena percentagem dos alunos da Escola se interessa pela "Técnica".

Devo prevenir-vos, antes de mais nada, que as realizações não corresponderam aos desejos, tão certo é nunca os planos que se arquitectam e fantasiam representarem a realidade das coisas.

Talvez que êsse facto fôsse devido a insuficiência minha; resta-me porém a certeza de que encontrei dificuldades absolutamente insuperáveis, que não dependiam da minha vontade.

Vou expor, simultâneamente, os meus projectos e o que dêles se realizou. Não me alargo em frases pomposas, produto duma retórica fácil; venho trazer factos, venho falar sôbre uma obra realizada, embora os números publicados sejam mais eloqüentes do que eu.

Mantendo o ponto de vista dos meus antecessores, procurei aumentar e intensificar a colaboração dos alunos. Tudo foi porém em vão! Para estímulo, e com o decidido aplauso de alguns dos mais ilustres professores da Escola, lancei um concurso entre os alunos, com um pequeno prémio pecuniário; creio, porém, que não havia em ninguém a pretensão de enriquecer escrevendo artigos para a "Técnica"... Essa iniciativa não teve o resultado esperado, e com muita dificuldade consegui publicar um artigo de aluno em cada número da revista, exceptuando o último, em que não havia espaço disponível. Devo porém notar que dos artigos publicados, dois eram do meu colega Manuel Amaro Vieira, administrador da revista, um meu e outro era feito pelos dois. Por conseqüência, apenas quatro alunos corresponderam ao meu apêlo! É lamentável o que se deu, pois a revista não pertence a um pequeno grupo, não pertence a um indivíduo, não defende ideais restritos; é de tôda a escola, pertence a todos os alunos, luta pelo bom nome da engenharia nacional.

Semelhante desinteresse, é não só desanimador para quem luta e se esforça, mas criminoso. E no dia em que a revista desaparecesse por falta de apoio dos alunos, todos nessa ocasião lamentariam a sua falta, e saberiam acusar quem tivesse a infelicidade de a dirigir nesse momento! É urgente, é necessário que todos se convençam de que a "Técnica" é um património que lhes pertence, e que não deve desaparecer. Ela deve manter-se, não só pelo esfôrço desinteressado e contínuo dalguns, mas pelo esfôrço de todos. Colaborar na "Técnica", promover a sua

expansão, arranjar anunciantes e assinantes, é obrigação de todo o aluno, e não só daqueles que a dirigem.

Devo mesmo contar-vos um caso bastante significativo, para verem como a "Técnica" é ajudada e acarinhada. Um colega nosso, cujo pai é industrial, depois de muito instado por mim, prometeu pedir ao pai um anúncio para a revista. Pois bem, depois de lhe ter falado muitas vezes no assunto, recebendo sempre respostas evasivas ou enfastiadas, desisti de semelhante propósito. Vim a saber mais tarde que o anúncio foi autorisado, e que só uma grande indiferença o fez esquecer em cima duma mesa, onde durante largo tempo esteve esperando!

Procurei continuar e intensificar a colaboração dos engenheiros que estão nas colónias. — Para isso escrevi a todos aqueles nossos assinantes que trabalham em África; recebi algumas respostas animadoras, e pouco mais. Pensei mesmo em publicar um número dedicado às nossas colónias, por me parecer uma iniciativa útil e de grande alcance. Tinha dois artigos sôbre Moçambique, e esperava alguns sôbre Angola. Queria dêste modo concorrer para um melhor conhecimento do ultramar, mas as circunstâncias puderam mais do que eu. Êste projecto, como tantos outros, teve de ser abandonado, por falta de material.

Achei interessante realizar uma aproximação entre a nossa escola e os repazes portugueses que estudam engenharia no estrangeiro. Para isso escrevi a todos aqueles cuja direcção me foi possível obter, tendo encontrado a melhor boa vontade. Consegui também pelo mesmo processo colaboração de alunos estrangeiros das escolas superiores de engenharia. Ainda nesta questão não obtive os resultados desejados, mas alguma coisa realizei, e já êste ano recebi mais trabalhos que mostram bem que semente não caiu em mau terreno.

Continuou a revista a ter valiosa colaboração de alguns professores da nossa escola. Infelizmente, nem todos compreendem o papel a que está destinada a "Técnica", e a importância da sua missão. Para aqueles que honraram a revista com artigos e trabalhos, e quem só recebi incentivos, vai a minha homenagem muito grata e sincera.

A colaboração dos engenheiros do norte do país não aumentou. Àparte um magnífico trabalho do Sr. Eng. Bomfim Barreiros, ilustre professor da Faculdade Técnica, tive apenas amabilíssimas promessas. Espero que essas promessas tenham algum resultado prático para aquele que me suceder.

Criei uma secção nova, a meu ver importante; as notas bibliográficas, secção de crítica de livros. Para êsse fim escrevi a várias livrarias estrangeiras pedindo a remessa das suas últimas publicações técnicas, e obtive resultados lisongeiros, conseguindo assim enriquecer a nossa biblioteca com uma dezena de livros modernos. Não quero deixar de agradecer neste momento a todos os que me ajudaram nesta tarefa, professores e assistentes do Instituto, e pessoas estranhas à escola, pelas críticas feitas, conseguindo assim tornar valiosa aquela secção da revista. Consegui ainda alguma coisa mais; mandar vir livros de algumas livrarias francesas com 20 % de desconto sôbre o preço marcado no catálogo. Creio que esta regalia é importante, principalmente se fôr tornada extensiva a mais casas editoras.

Cabe-me nesta ocasião dizer à Assembleia que julgo incompatíveis os cargos de director da "Técnica" e director da Biblioteca. Bem sei que poucos livros temos, e que pequeno é o movimento. Não é porém isso uma razão para desprezarmos a nossa modesta biblioteca; antes pelo contrário, devemos acarinhá-la e fazer o possível para a aumentar. Devia haver um aluno encarregado dos livros; elaborava-se um catálogo, o que pouco trabalho dava, e depois bastava zelar pela boa conservação e pela arrumação dos volumes. Quiz organizar êste serviço; o extenuante trabalho escolar acrescido do trabalho de director da revista impediram-me, porém, de levar por diante êste meu intento.

Procurei dar na revista uma idea dos trabalhos feitos no país, sôbre portos, estradas, etc., e dar indicações gerais sôbre a nossa indústria. Também aqui não encontrei quem me ajudasse; todos aqueles a quem me dirigi ou se limitavam a prometer, vagamente, ou nem isso fizeram. Dos alunos quis obter os relatórios das excursões realizadas. Apenas o colega Almeida e Brito satisfez êste meu desejo, duma maneira brilhante, mas infelizmente incompleta.

Não descurei os problemas da organização do trabalho, salários, orientação profissional,

a protecção operário, etc., pois parecem-se tão importantes como os puramente técnicos. Na realidade uma revista de engenharia deve apresentar essencialmente três aspectos: as questões teóricas, meramente especulativas, sem aplicação imediata, mas fecundas de conseqüências, num futuro mais ou menos longínquo; as questões práticas, técnicas com resultados visíveis e a que se tem de recorrer diàriamente para solucionar as várias dificuldades que surgem; e finalmente, os problemas sociais, em tudo que se referem ás relações com os operários; êste problema, a meu ver, é fundamental, e na vida prática apresentará uma maior acuidade do que outros, de ciência de aplicação. Embora a indústria tenda para uma completa racionalização, tanto sob o ponto de vista industrial como comercial, devemo-nos lembrar que seja qual fôr o grau de desenvolvimento duma fábrica, ela é sempre tributária do operário; seria isso uma razão para êle nos merecer todo o carinho. Creio porém que acima desse utilitarismo social há um ideal de justiça humana, que nos devia fazer encarar o operário como nosso semelhnte e fazer tudo o que nos fôr possível pelo seu bem estar moral e material.

Dediquei-me também ao serviço de propaganda. Além de manter e aumentar as nossas relações com o estrangeiro, o que nos faz hoje possuir uma grande variedade de revistas de vários países, enviei a "Técnica" para jornais da província e de Lisboa. Consegui assim que, fôssem feitas amáveis referências à nossa revista nos seguintes jornais: Diário de Notícias, Diário de Lisboa, Voz da Justiça, Voz, Linha Geral, República, Gazeta de Tôrres, Correio Olhanense, Diário da Noite e Jornal de Penacova.

Sôbre a parte económica falar-vos há com mais competência o nosso colega administrador. Muito deve a revista a Manuel Amaro Vieira, cujo espírito de iniciativa, qualidades de trabalho e leal camaradagem me cumpre aqui louvar. Foi um companheiro admirável, e sem êle, difícil, senão impossível, me seria levar por diante a minha missão.

Devo agradecer ao Ex.mo Senhor Dr. Caetano Beirão da Veiga, insigne director do Instituto, e ao Sr. Dr. Corrêa da Silva, ilustre secretário, a valiosa ajuda que me deram, conseguindo obter boas condições na tipografia do I. S. C. E. F. onde se imprime agora a revista.

Não quero também deixar de patentear ao Sr. Eng. Duarte Pacheco, antigo Director, os meus agradecimentos pela maneira como sempre correspondeu aos nossos pedidos, e pelo decidido apoio que sempre nos concedeu. Devo também agradecer a todos os alunos que me prestaram auxílio, nomeadamente os colegas Almeida e Brito, — hoje engenheiro — Carlos Barata, Ricardo Graça, António Lopes Monteiro, Amandio Rebelo e Manuel Bravo. Quero também apresentar ao empregado da revista, Sr. Rodrigues, e ao empregado da associação, Sr. Bicher, os meus agradecimentos pela maneira leal com que me ajudaram e pela sua boa vontade, assim como ao pessoal menor que nos presta auxílio sempre que é necessário.

Colegas

A nossa revista tem hoje uma vida assegurada, e segundo a opinião de muitos engenheiros, é a melhor revista da especialidade que existe em Portugal.

Devemos porém lembrar-nos de que foi necessária muita dedicação e muito sacrifício e inúmeros esforços para a elevar ao nível que hoje tem. Deu-se-lhe forma, insuflou-se-lhe alma e lançou-se para a vida. Com o Eng. Henrique Vieira, a quem a "Técnica" tanto deve, atingiu estabilidade. Tão bela, útil e fecunda iniciativa não pode morrer. Alguns daqueles que trabalharam para ela com todo o carinho, e que perderam precioso tempo para a fazer triunfar, seguem-na hoje com todo o interesse. Compreendem e aplaudem o trabalho realizado. É preciso que todos nós adquiramos a convicção de que a energia e o trabalho gastos em dar solidez à revista são um imperativo categórico: melhorá-la e mante-la sem desfalecimento. Que todos trabalhem unidos em tôrno desta idea, que tem honrado a nossa escola por êsse mundo fora, são os meus sinceros votos e desejos.

Paulo de Barros
(Do curso de Engenharia Electrotécnica)

EVOLUÇÃO DO CONCEITO DE GRUPO

Continuado do número anterior

Perdoai-me, Senhores, esta breve divagação pelo passado da teoria dos grupos. Relembrando conceitos que são do domínio da cultura matemática geral, tive apenas em vista dar relêvo, por imediato confronto, à função primacial que êsses conceitos vão desempenhar na estruturação de quási tôdas as grandes teorias da actualidade. A mecânica relativista e a mecânica quântica vão provocar novos progressos na idea de grupo; os princípios de *unidade* e *harmonia* de que falava Hilbert vão ter um realce que ninguém ousaria esperar ao findar o século XIX; as mais belas criações de Riemann e Hermite, os espaços heterogéneos de base métrica e a análise das matrizes, vão servir de instrumento às modernas teorias da Física; e a Geometria vai pagar generosamente à teoria dos grupos os benefícios que lhe devia desde a concepção do Programa de Erlangen. Mais ainda: mercê desta competência de serviços, recìprocamente prestados, as geometrias de Klein vão apresentar novos aspectos, criar nova seiva, encaminhar-se ràpidamente para um definitivo e completo domínio do espaço. À noção de *grupo* vêm sobrepor-se os conceitos de *conexão* e *representação* e, graças, sobretudo, aos trabalhos de Cartan e Weyl, a geometria de Riemann e a geometria de Klein vão entrar num franco e fecundo entendimento.

É sabido, com efeito, que a concepção riemanniana de espaço, formulada em 1867 numa Memória *Sôbre as hipóteses que servem de fundamento à Geometria*, partia dum princípio inteiramente diferente e, à primeira vista, sem nenhuma espécie de relação com aquele em se apoiam as geometrias de Klein. Para estas, o princípio fundamental é o axioma de *igualdade*, iluminado pela noção de grupo; para Riemann, a idea fundamental é a de *distância*, definida entre dois pontos infinitamente próximos pela forma quadrática que caracteriza a métrica espacial. Os espaços de Klein, como o espaço ordinário, são homogéneos; o espaço de Riemann, como o espaço ordinário, é *métrico* mas a sua métrica é uma propriedade *local* e *direccional*, sendo, por isso, *heterogéneo*. Esta propriedade é que o havia de tornar singularmente idóneo para a representação do espaço físico, segundo a concepção de Einstein, que veio, de resto, pôr em maior relêvo o seu antagonismo com os espaços de grupo.

Por outro lado, quási tôdas as leis e factos naturais podem ser traduzidos igualmente bem, adoptando um ao outro dos dois conceitos de espaço; e isso fazia supor que seria possível reüni-los numa mesma síntese geométrica.

Vieram realizá-la a idea de *conexão* e o princípio de *transporte*.

Vejamos ràpidamente de que maneira.

Sabe-se que um espaço de Riemann se reduz ao espaço euclideano quando os coeficientes da forma fundamental satisfazem a certas condições. E é sempre possível (de infinitas maneiras) construir uma forma quadrática euclideana cujos coeficientes tenham, num dado ponto, os mesmos valores que os coeficientes respectivos duma forma de Riemann. Diz-se então que essa forma define um espaço euclideano *tangente*, nesse ponto, ao espaço de Riemann considerado. E é também possível (ainda de infinitas maneiras) construir um espaço euclideano tangente tal que, não só os coeficientes da forma quadrática que o define, mas ainda as suas primeiras derivadas parciais, coïncidam com os elementos correspondentes da forma que define o espaço de Riemann. Êsse é um espaço euclideano *osculador*.

É o confronto, *in loco*, do espaço riemanniano com os seus espaços euclideanos tangentes e osculadores que vem suprir, no estabelecimento das suas relações com o espaço equiforme, a falta de um grupo característico, paradigma das suas propriedades geométricas.

Torna-se, porém, necessário relacionar entre si, em pontos diferentes do mesmo espaço de Riemann, os sêres e propriedades geométricas *locais*, não havendo entre êles, *à priori*, nenhuma correspondência imposta pela natureza do próprio espaço.

Intervém primeiro o conceito de *transporte paralelo*, estabelecido por Levi-Civita em 1917, e posteriormente definido duma maneira intrínseca por Weyl; e é ainda Weyl quem, afirmando

a relatividade do comprimento, chega à concepção de espaços heterogéneos de métrica mais geral que a dos espaços de Riemann. Struick e, principalmente, Schouten efectuam a classificação sistemática de todos os transportes lineares (ou afins); e, finalmente, Cartan põe em evidência que o conceito de transporte paralelo não dá apenas um processo de relacionação de vectores, em pontos diferentes do espaço, mas também, e sobretudo, um meio analítico de integração, num único espaço homogéneo, de todos os espaços homogéneos tangentes à multiplicidade riemanniana, ao longo duma linha; e, conseqüentemente, um critério de *homogenização* da ambiência infinitesimal circunstante a qualquer domínio linear dum espaço heterogéneo.

É manifesta a importância desta notável concepção do ilustre geómetra, base de tôda a *conexão* espacial. Em primeiro lugar, ela excede as possibilidades criadoras da noção de transporte. Com efeito, êste processo geométrico só tem sentido quando o espaço homogéneo tangente é *afim;* da geometrio projectiva, desaparece a noção de paralelismo, e na geometria conforme desaparece até a noção de vector. Ao passo que é sempre possível considerar, em qualquer ponto duma multiplicidade, um espaço projectivo, conforme, etc., a que se chama espaço tangente, e definir uma lei de integração, sôbre qualquer dêles, de todos os espaços tangentes à multiplicidade ao longo duma linha determinada. Em segundo lugar, ela permite uma classificação dos espaços heterogéneos, de harmonia com as suas possibilidades de conexão. ¿Sabe-se que o espaço de Riemann, admite uma conexão euclideana ao longo de uma linha qualquer? Pois bem, podemos dizer que o espaço de Riemann é um espaço euclideano *não holónomo*, admitindo o mesmo grupo fundamental da geometria euclideana (o grupo dos deslocamentos); mas as transformações dêsse grupo só são válidas na passagem dum ponto qualquer para outro infinitamente próximo. Entre os espaços heterogéneos, destacam-se, portanto, os espaços *não holónomos de grupo fundamental* ou *espaços de conexão kleineana.*

E aí está vencida uma primeira *étape* da almejada síntese das geometrias de Klein e das geometrias de Riemann numa só disciplina.

Cumpre, porém, não esquecer que a conexão é essencialmente *linear,* quando pretendemos realizá-la entre os espaços tangentes em dois pontos da multiplicidade que não sejam infinitamente próximos. Isto é, tomando o espaço tangente no primeiro ponto para espaço da conexão, a posição do segundo ponto e a orientação de qualquer sistema de referência que o tem por origem, depois da representação, dependem essencialmente do caminho ao longo do qual a conexão se realizou. Assim, se o segundo ponto coïncide com o primeiro e a linha de transporte é, portanto, fechada; se supusermos, além disso, que o contôrno é infinitesimal, pode acontecer:

1.º — Que o sistema de referência, depois do desenvolvimento, venha a coïncidir consigo mesmo, qualquer que seja o contôrno considerado. Nêsse caso, o espaço é *holónomo.*

2.º — Que o sistema de referência não coïncida consigo mesmo, depois de efectuada a representação. O espaço é *não holónomo.* E então, a divergência de origem dos dois sistemas de referência, confere ao espaço *torsão;* a divergência de orientação confere ao espaço *curvatura.* O espaço riemanniano ordinário tem curvatura mas não tem torsão. O espaço de Cliford tem torsão, mas não tem curvatura.

É nesta altura que o conceito de grupo vem, mais uma vez, servir o princípio de *unidade* de que fala Hilbert. Consideremos os infinitos contornos fechados que partem dum mesmo ponto A e a êle regressam. A cada um dêles, se o espaço não é holónomo, corresponde, no espaço tangente em A, uma *transformação* do sistema de referência. Pois essas transformações formam um *grupo,* a que Cartan chamou grupo de *holonomia.* Êsse grupo é o *mesmo,* qualquer que seja o ponto A do espaço considerado, e é, além disso, um sub-grupo do grupo fundamental da conexão. O grupo de holonomia *mede o afastamento* entre o espaço considerado e o espaço homogéneo a que a conexão se refere. dum modo semelhante àquele por que o grupo de Galois duma equação algébrica mede o grau de irracionalidade das suas raízes. E, se houver no grupo fundamental da conexão algum sub-grupo ao qual também pertença o grupo de holonomia, o espaço em questão pode ser considerado como um espaço não holónomo, tendo como grupo fundamental êsse sub-grupo.

Eis aí um segundo princípio, o da subordinação das geometrias, estendido dos domínios da

geometria de Klein aos da geometria riemanniana.

*

* *

E vamos ver agora como, por sua vez, as modernas concepções da geometria diferencial vieram enriquecer a teoria dos grupos de transformações.

Em 1926, Schouten e Cartan criavam o conceito de *espaço de grupo*. Dado um grupo com *r* parâmetros, é possível *representar* cada transformação do grupo por um ponto duma multiplicidade a *r* dimensões. A multiplicidade assim definida admite *três conexões afins*, relacionadas com as propriedades do grupo, cada uma das quais faz do espaço do grupo um espaço afim não holónomo. Duas dessas conexões têm torsão e não têm curvatura; a terceira tem curvatura, mas é simétrica, isto é, não tem torsão. Em todas elas, as geodésicas do espaço são as mesmas e correspondem aos sub-grupos com um parâmetro do grupo considerado. Aos sub-grupos com mais dum parâmetro correspondem variedades totalmente geodésicas que são também comuns às três conexões; mas há outras variedades totalmente geodésicas, sem ser essas, que vão desempenhar na teoria dos grupos um papel importante.

Dois grupos, que admitem a mesma conexão especial sem curvatura, são isomorfos; mas há grupos que admitem o mesmo espaço sem torsão e que não são isomorfos no sentido habitual. Daí um conceito novo de isomorfismo. A torsão de qualquer das duas conexões sem curvatura é definida pelas constantes de estrutura do grupo. Se o grupo é simples ou semi-simples, os seus espaços sem torsão são riemannianos, mas a sua forma quadrática fundamental pode ser indefinida. E Cartan mostrou que estes espaços riemannianos fazem parte daqueles para os quais o transporte paralelo conserva a curvatura. A sua determinação, quando a forma fundamental é definida, pode fazer-se duma maneira completa, deduzindo-se todos daqueles a que Cartan chamou espaços *irredutíveis*. São estes espaços irredutíveis que vêm abrir novos horizontes à teoria dos grupos e desvendar novos panoramas da geometria clássica.

Como mostrou Cartan, a cada estrutura *simples* corresponde um grupo de parâmetros complexos, em número igual à ordem de estrutura, chamado grupo *complexo*, e, além disso, grupos, chamados *reais*, que se obtêm substituindo os parâmetros complexos do primeiro por funções analíticas, convenientemente escolhidas, de outros tantos parâmetros reais. Cartan tinha determinado, em 1914, todos os grupos reais distintos correspondentes a uma mesma estrutura simples. E averiguou, em 1926, que êsse problema é equivalente ao da determinação de todos os espaços riemannianos, de forma fundamental definida, para os quais a curvatura se conserva por transporte paralelo; portanto, ao da determinação dos espaços irredutíveis.

Entre êsses grupos reais, correspondentes a uma dada estrutura simples, há um chamado *unitário*, cujo domínio é *fechado*, ao passo que os domínios dos outros grupos reais são *abertos*. Por outro lado, entre os espaços irredutíveis, há uns cuja curvatura é constantemente positiva e outros cuja curvatura é constantemente negativa (ou nula). Estes últimos admitem todos um grupo de deslocamentos. E acontece que êsse grupo de deslocamento é o grupo complexo, ou o grupo real não unitário correspondente a êsse espaço irredutível. Daqui resultam conseqüências importantíssimas.

Assim, sabe-se que todo o grupo contínuo de transformações é gerado por transformações infinitesimais; às vezes, só por uma, mas, quando assim não acontece, tôda a transformação finita do grupo é um produto de transformações, cada uma das quais admite uma transformação infinitesimal geratriz. Sòmente, não se pode saber se é finito o número de factores dêsse produto. Pois se o grupo dado fôr real não unitário, demonstra-se, por intermédio do espaço irredutível correspondente, que tôda a transformação finita do grupo é o produto de *duas* determinadas transformações, cada uma das quais admite uma geratriz infinitesimal. Mais. Os infinitos grupos correspondentes a uma dada estrutura são isomorfos; mas êsse isomorfismo não é necessàriamente holoédrico. Pode, porém, determinar-se um grupo abstrato G tal que esteja em isomorfismo meriédrico com todos êsses grupos, correspondendo, possìvelmente, a cada transformação de qualquer dêles, G_1, mais duma operação do grupo abstrato G. As operações de G, correspondentes à identidade em G_1, formam, evidentemente, um sub-

-grupo. Cartan deu a êsse sub-grupo o nome de *grupo de conexão* de G_1.

Pois demonstra-se, por intermédio do respectivo espaço irredutível, que *todo o grupo de conexão dum grupo simples real é finito, ou formado por um grupo finito e um grupo cíclico de ordem infinita.* Para os grupos unitários, já Weyl demonstrara antes, por outro processo, que o grupo de conexão é finito.

Finalmente, sendo os espaços irredutíveis espaços kleineanos cujo grupo fundamental é o grupo dos seus deslocamentos, com a sua existência pode mostrar-se que tôda a geometria kleineana se torna riemanniana, escolhendo convenientemente o elemento gerador do espaço

E assim, por intermédio de multiplicidades cujo elemento gerador já não é o ponto, mas a recta, o plano, etc., chega-se à conclusão de que a forma de Riemann é aquela em que os espaços de Klein melhor exprimem tôdas as suas possibilidades geométricas. Mais um motivo para procurar desenvolver a teoria dos espaços *não pontuais,* já anteriormente relacionada com vários problemas da geometria diferencial projectiva e do cálculo absoluto.

*

* *

É êste apròximadamente, meus Senhores, o estado actual das relações entre a geometria e a teoria dos grupos.

Domina essas relações um critério de *conexão espacial.*

Vamos ver agora, nas relações da teoria dos grupos com os algoritmos da moderna mecânica atómica, dominar o critério de *representação.*

Sendo a teoria dos grupos de transformações a mais perfeita e profunda de tôdas as sistematizações da idea de grupo, é natural que a ela se procurem referir e subordinar todos os grupos abstratos. E assim nasceu o conceito de *representação:* a cada elemento do grupo considerado faz-se corresponder, no espaço da representação, uma transformação das variáveis, de modo tal que, à composição de dois elementos do grupo, corresponda o produto das respectivas transformações. O caso mais simples, e também o mais importante, por agora, é aquele em que as *transformações-imagem* são lineares e homogéneas. Nesse caso, como a transformação é definida pela *matriz* dos respectivos coeficientes, aí temos a teoria dos grupos amplamente relacionada com a teoria das matrizes e, por conseqüência, com os métodos de análise da mecânica quântica, adoptados pela escola de Heisenberg. É, sobretudo, a Weyl que se deve a teoria da representação dos grupos contínuos por grupos de transformações lineares. Se tôdas as transformações do grupo *imagem* transformam em si mesmo um sub-espaço do espaço da representação, esta diz-se *redutível;* e tôda a representação redutível pode ser decomposta duma só maneira em representações irredutíveis. Na teoria da representação dos grupos finitos, devida principalmente a Cartan e Frobenius, estabelece-se a existência no caso em que o grupo é de transformações ortogonais, duma certa forma de Hermite, invariante para tôdas as transformações do grupo: basta construir uma forma de Hermite definida qualquer, submetê-la a tôdas as transformações do grupo e efectuar a soma das formas transformadas.

Na teoria da representação dos grupos contínuos de Weyl, êsse processo somatório é naturalmente substituído por um processo de integração. Constrói-se um elemento de volume na variedade do grupo, gozando de certas propriedades de invariância, submete-se uma forma hermiteana definida qualquer a tôdas as transformações do grupo e integra-se, utilizando o elemento invariante de volume anteriormente definido. Se o grupo é fechado, a integração pode estender-se a tôda a variedade do grupo. Se o sistema de coordenadas é convenientemente escolhido, as transformações do grupo são *unitárias.* E o *traço* da matriz da transformação, isto é. a soma dos seus elementos diagonais, à qual se dá o nome de *carácter* da representação, é independente do sistema de coordenadas.

Em seguida, à custa do conhecido conceito de ortogonalidade funcional e da teoria das equações integrais, Weyl define *os valores e as funções fundamentais,* correspondentes a um determinado núcleo. Claro está que êstes elementos fundamentais, ou *próprios,* não são escalares, são *matrizes,* que recìprocamente se correspondem na mesma equação integral.

Êste método transcendente de Weyl, da representação dum grupo por matrizes, converte-se num método algébrico, se utilizarmos as transformações infinitesimais geratrizes do grupo,

identificando-se assim com os processos de Cartan. É, porém, muito mais fecundo, permitindo generalizar nos domínios intra-atómicos, onde não há possibilidades de introduzir padrões contínuos, uma concepção de medida que não é já traduzida por um *número*, mas por um *conjunto;* dando lugar a uma espécie de geometria unitária onde a *distância*, no sentido clássico de Pitagoras, é substituída por uma forma de Hermite. E é aí que temos de ir procurar a verdadeira razão de ser das chamadas *incertezas de Heisenberg*, que não permitem uma nítida individualização simultânea do corpúsculo e da onda. É nesta nova fase que a teoria dos grupos, associada aos simbolismos em que se apoiam as teorias baseadas numa álgebra de determinantes, no cálculo tensorial do espaço funcional de Hilbert, e na teoria das equações às derivadas parciais, está prestando os mais altos serviços à estruturação duma mecânica atómica em que os dados e as incógnitas dos problemas são repartições estatísticas.

*

* *

Demasiadamente meus Senhores, tendo abusado da vossa benévola atenção.

Pareceu-me, porém, ao aceitar a honrosa incumbência de comemorar neste lugar o primeiro centenário da morte de Evaristo Galois, que a maior homenagem que pode ser prestada à sua memória gloriosa, o mais alto preito que é possível render à sua obra genial, é o exame da inegualável fecundidade das suas conseqüências.

Os fundamentos de tôda esta grandiosa e complexa teoria dos grupos, ao mesmo tempo alicerce e utensílio insubstituível das mais belas e profundas concepções da ciência moderna, lá estão nessa Memória de Galois, repudiada por *incompreensível!*

Meses antes de apresentar a sua Memória, em Setembro de 1830, com o natural desalento que lhe causara a perda das duas primeiras, Galois previa as dificuldades de aceitação que ia ter uma teoria nova, apoiada em conceitos inteiramente estranhos à ciência do seu tempo, formulada por quem não tinha ainda um nome consagrado no mundo científico. *Tivemos de nos conformar*, dizia êle, *com as necessidades dum assunto, cuja importância merece, sem dúvida, alguma atenção.* E acrescenta: *O que faz a beleza e ao mesmo tempo a dificuldade desta teoria, é termos que indicar, incessantemente, a marcha dos cálculos e que prever os seus resultados, sem nunca poder efectuá-los.* Mas há nesse *Discurso preliminar*, publicado em 1908 por Jules Tannery, uma frase de Galois que merece especial relêvo: *Podemos afirmar*, diz êle, *que não existe na Análise pura matéria mais obscura e, talvez, mais isolada de tudo o mais.*

Não vou referir-me à *obscuridade* que, para a sua modéstia, queria significar *profundeza* e inevitável *dificuldade* de acesso; essa dificuldade que não quiseram vencer, numa hora de mau conselho e incerta consciência, os seus julgadores. Quero destacar apenas a convicção em que êle estava do *isolamento* da sua genial concepção, dentro da Análise Matemática. Extraordinário juízo êsse! O que Galois supunha ser (e era, de facto, dentro da ciência dos princípios do século passado) um padrão solitário do engenho humano, transformava-se, em breve, no mais poderoso instrumento de raciocínio, no mais plástico de todos os algoritmos, no mais rico e adaptável de todos os conceitos abstractos!

A esta opinião sôbre a natureza da sua obra, Galois juntava a certeza da sua prioridade. Foram, talvez, escritas na prisão de Santa Pelágia, poucos meses antes de morrer, as palavras que vou citar. Depois de se referir a uma carta particular, em que Abel anunciava a Legendre que tinha tido a felicidade de descobrir uma regra para reconhecer se uma equação é, ou não, resolúvel por meio de radicais, Galois acrescenta: *Mas, tendo a morte prematura dêste geómetra privado a ciência das suas investigações, nem por isso deixava de ser necessário dar uma solução dêste problema, a qual me é bem penoso possuir, pois que devo essa posse a uma das maiores perdas que jàmais teve a ciência. Em todo o caso, ser-me-ia fácil provar que eu ignorava até o nome de Abel quando apresentei ao Instituto os meus primeiros trabalhos sôbre a teoria das equações; e que a solução de Abel não teria podido aparecer antes da minha.*

Podia ter acrescentado o generoso e perseguido Galois que a solução de Abel, se é que existiu no seu espírito com a generalidade que veio dar-lhe a noção de grupo, era certamente baseada num conceito diferente. Não há, na obra

de Abel, referência, consideração, recurso de nenhuma espécie, à idea de grupo. E esta, mais ainda que a solução do problema da resolubilidade algébrica, é a grande conquista de Evaristo Galois; pelo seu valor algorítmico e pelo seu poder de síntese. Mas isso não adivinhava Galois, que a supunha um artifício isolado e ocasional do seu raciocínio!

Nos seus manuscritos, em notas de revisão da sua grande Memória sôbre as equações resolúveis, febrilmente redigidas nas torturadas vinte e quatro horas que precederam o duelo que o vitimou, Galois resume na frase *não tenho tempo* a expressão de tôda a sua amargura por mal lhe ser possível lançar no papel os principais resultados das suas últimas investigações.

Também Abel *não teve tempo*. Também estoutra criança de génio redigia à pressa, nas vésperas de morrer, atormentada pelo sofrimento moral e físico, o essencial da Memória que apresentara ao Instituto de França, sôbre a integração das funções algébricas, e que êle supunha perdida (também por Cauchy). Êsse artigo, publicado no *Journal de Crelle*, é o seu testamento científico, como o é, para Galois, a sua célebre carta a Augusto Chevalier.

Mas Abel foi mais feliz. Teve a resignação dos fortes, aqui e além vincada por um leve traço de ironia; e teve o amor duma mulher que lhe amparou os últimos passos na vida, lhe encheu de esperanças a visão dum futuro de quimeras e lhe cerrou os olhos na hora suprema.

Galois foi sempre um revoltado (e com que motivos!). Contra os examinadores que o rejeitaram, contra os académicos que o feriram, contra a Escola Normal que o expulsou. Contra os seus perseguidores e contra o seu destino. Contra as realidades da sua existência amargurada e contra os mitos da sua fantasia pessimista. Contra as injustiças duma sociedade pervertida cuja análise imortalizou o nome de Balzac e contra o desleixo duma *élite* intelectual sem nobreza de crítica.

Nos últimos dias da sua vida tormentosa, aparece também um vulto de mulher. Mas não é uma companheira de infortúnio, nem sequer uma esperança de ventura; é uma alma perversa que atraiçoa os seus sonhos de amor e, por causa da qual, se bateu, não se sabe contra quem, aos vinte e um anos de idade, no alvorecer da vida, cheio de ambições nobres e de ideas geniais, em 30 de Maio de 1832.

Mortalmente ferido, expirou num hospital na manhã do dia seguinte. Faz hoje cem anos.

Doutor MIRA FERNANDES
(Professor do I. S. T.)

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

A Grande Exposição Industrial Portuguesa

A Exposição, que tem chamado ao Parque Eduardo VII muitos milhares de pessoas, deve ser examinada com um critério racionalista e calmo, abandonando os encómios fáceis e os grandes elogios, vendo o que nela há de bom e de mau.

É inegável que a Exposição foi oportuna, no que respeita à época económica, não o sendo porém quanto à época do ano: frio, chuva, vento, tem sido obstáculos para os quais difícil é arranjar solução; e apesar da extraordinária afluência de público, creio bem que mais gente a teria ido visitar se se tivesse efectuado noutra ocasião. Bem sei que a Exposição reabrirá em 5 de Maio; isso não é porém razão justificativa, pois devia-se ter inaugurado apenas nessa ocasião.

No entanto, o certamen apareceu numa altura propícia; a elevação das pautas aduaneiras, a excessiva política de nacionalismo económico da maioria das nações, a diminuïção das nossas grandes exportações (vinhos, conservas, cortiças), a restrïção da emigração, obrigam-nos a reagir, e a trabalhar, impedindo uma saída excessiva de ouro, e procurando dar trabalho a milhares de braços que estão desocupados. (29.225 desempregados em 30 de Outubro).

Portugal não é um país essencialmente agrícola, como muitos proclamam; a produção por hectare de trigo, batata, etc., é $^1/_3$ a $^1/_5$ da produção de outros países mais ferteis! Daí, impossibilidade de empregar muitos braços, de pagar salários altos na agricultura. Por isso, urge desenvolver a indústria, para produzirmos e nos

defendermos, e para empregar o excedente de braços que a diminuïção da emigração originou.

A nossa situação de país pobre, e industrialmente atrazado constitui porém, por assim dizer, uma defesa, tão certo é haver males que vêem por bem: o nosso mercado interno, longe da saturação, pode ser abastecido muito mais completamente do que o que nós fazemos. As nossas colónias são também um importante mercado, que temos de aproveitar e desenvolver, como muito bem o demonstrou o Prof. Vicente Ferreira na sua conferência sôbre Política Colonial Portuguesa; vemos assim que as colónias realizaram comércio com a metrópole na cifra global de 503.336 contos, em 1930 isto é 12,7 % do comércio geral. No comércio geral Angola ocupa o 7.º lugar para as importações, com 130 531 contos, e o 5.º lugar para exportação, com 68.290 contos. De 1929 para 1930 estes valores caíram de 1,6 %, ou seja 127.057 contos.

A campanha pelos produtos portugueses esta assim de acôrdo com o condicionalismo económico do nosso país, e está sendo compreendida e acarinhada.

Os industriais acorreram ao apêlo com sacrifício; para cima de 1.000 expositores têm os seus mostruários no recinto da Exposição. Devemos atribuir êste interêsse não só a um espírito de classe e patriotismo, mas acima de tudo a uma necessidade imperiosa de propaganda, originada pela actual crise económica.

O aspecto da Exposição é bom; pena é que fôsse inaugurada sem todos os stands estarem completos; sob êste ponto de vista, lamentamos que a Exposição fôsse organizada com tanta rapidez e tão pouco método; mais uma razão para que a data de abertura fôsse em Maio de 1933... A Exposição Internacional de Bruxelas a realizar daqui a 3 anos, está já em organização. Lamentamos também que os mostruários estejam dispostos e arrumados com uma tão completa falta de método. A não ser algumas classes, restritas, dentro do pavilhão, as restantes encontram se espalhadas por vários locais, não nos sendo possível uma visita ordenada. Cremos que seria bem mais útil empregar uma organização que permitisse ao visitante encontrar sucessivamente dispostos produtos análogos. Aquela dispersão falseia o conjunto, e não permite uma idea clara e nítida das indústrias representadas.

Quem conhece bem o nosso meio industrial notará com certeza a extraordinária diferença entre a nossa indústria actual e a nossa indústria há uns 15 anos, apresentam um progresso e um desenvolvimento importante não só na qualidade, como no aparecimento de novos produtos, principalmente nas indústrias de pequena manufactura.

As notas que a seguir publicamos foram-nos gentilmente fornecidas pelo Sr. Eng. Mendes Leal, e a elas juntamos algumas mas produto da nossa observação.

*

* *

I Grupo — Metais e pedras preciosas. — Esta indústria é clássica e antiga, não apresentando progressos sensíveis. Nota-se porém o cuidado de acompanhar as formas decorativas modernas. Merecem especial referência as pratas, que mostram um trabalho esmerado e um fino bom gôsto.

II Grupo — Indústrias texteis. *Fios e tecidos de lã.* — A representação, embora numerosa, abrange apenas uma pequena percentagem daqueles que trabalham nesta especialidade. Há um progresso evidente, sensível, principalmente em tecidos de boas qualidades. Devemos notar os cobertores magníficos, e os panos para bilhar, que não se fabricavam no nosso país.

Fios e tecidos de algodão — Nota-se também um grande progresso, sobretudo no que diz respeito a tecidos finos e a tecidos mixtos de algodão e de sêda.

Fios e tecidos de linho, Juta — Esta indústria estava quási morta, mostrando agora tendências para renascer. Pena é que o fio seja todo importado.

Sêdas e tecidos de sêda – A par da fabricação clássica das sêdas animais, dos tecidos ricos, como damasco, etc., há os produtos recentes de sêdas químicas como a crepe da China, etc.

Há fábricas dêstes produtos, como Portalegre e Benfica, montadas há uns escassos 3 ou 4 anos.

Devemos notar que quási desapareceu a importação de malhas finas de sêda e algodão, reparando porém que em fios, tecidos, feltros e respectivas obras a importação, de Janeiro a Junho dêste ano, excedeu a exportação de 34.777.449$00. A maior parte desta verba refere-se evidentemente a matérias primas.

III Grupo — Indústrias de confecção e vestuário. — Sob êste ponto de vista, pouco ou nada importamos, e sempre assim foi. Encontramos tudo entre nós, roupas brancas, chapeus, calçado, etc.

IV Grupo — Artes industriais. — Neste grupo encontram-se trabalhos interessantes, principalmente em fotografia e encadernações artísticas. Vale a pena observar os objectos de escritório e papelaria, indústria bem pouco conhecida entre nós, mas no entanto, progressiva e desenvolvida; encontram-se lápis, tão bons os Faber, aparos, magníficas tintas, lacres das mais variadas côres, etc

V Grupo — Indústrias de papel — Êste grupo está pouco representado, embora exponham os seus produtos algumas das melhores fábricas do País. Os papéis são bons, mas poderiam ser melhores.

VI Grupo — Indústrias de vidros e loiças. — As loiças de porcelana constituem entre nós uma indústria histórica. No entanto, outras fábricas se têm montado, e a indústria tem progredido, assim como a dos vidros. Os produtos apresentados revelam bom gôsto mas bastante falta de originalidade, a não ser em alguns cristais, decorados com motivos portugueses.

VII Grupo — Utilidades domésticas. — Neste grupo, destacam-se as loiças de alumínio e de ferro esmaltado, conquanto haja muita sucata nestes produtos. As loiças de alumínio com mais de 2 m/m de espessura são muito perfeitas, apresentando a maior parte asas isoladas.

VIII Grupo — Decorações interiores. — A representação dêste grupo é muito boa, destacando-se as cerâmicas artísticas de Bordalo Pinheiro, Sacavém, Battistini, e outras, merecendo especial referência as estatuetas de Francisco Elias. Em vitrais, e em serralheria artística há coisas boas. Aparece uma indústria cuja existência e estado de adiantamento eram ainda mal conhecidas: a indústria dos papéis pintados. Em tapetes aparecem lindíssimos produtos, não só do continente, como da Madeira.

(Continua)

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

PRIMEIRA LIÇÃO DE UM CURSO DE ALGEBRA SUPERIOR

O texto que vai ler-se constitui, com um pouco mais de desenvolvimento, a introdução que, no ano lectivo de 1932-1933, realizámos ao estudo da Álgebra na regência da 1.ª Cadeira do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras. Ao publicá-la, anima-nos apenas o desejo de contribuir para despertar no espírito dos estudiosos o interêsse pelo exame de certas questões que, na sua grande maioria, mais não fizemos que aflorar.

1. — *Generalidades*

O conceito fundamental da análise matemática é o conceito de número. Mas nem êsse conceito brotou de um jacto da mente humana, nem se fixou numa forma única, antes foi estabelecido à custa de uma longa elaboração de ideas e tomou formas diferentes consoante o progresso das ciências matemáticas e mesmo as necessidades das ciências físicas que sôbre aquelas constantemente estão actuando.

A primeira forma tomada pela noção de número foi a de *número natural*, adquirida pelo homem certamente muitos milhares de anos antes daquelas épocas que os mais antigos documentos fixam como do aparecimento das primeiras sociedades.

Seguidamente, os progressos, especialmente da geometria, exigiram sucessivas extensões da idea de número, extensões de que vieram aproveitar essas outras ciências que assim iam encontrando, no campo numérico ampliado, instrumento adequado à satisfação das suas novas necessidades.

As generalizações sofridas pelo conceito de número, a partir da noção-base de número natural, podem classificar-se em dois grupos: no primeiro colocaremos aquelas generalizações originadas no estudo de problemas em que as

grandezas aparecem encaradas independentemente do sentido em que possam ser consideradas — têm-se assim os *números absolutos: inteiros, racionais, reais;* no segundo incluiremos aquelas para cuja origem, pelo contrário, concorreu a divergência que, pela direcção ou sentido, certas grandezas podem apresentar em relação a outras da mesma espécie — nasceram assim os conceitos de *número relativo* (positivo ou negativo), de *número complexo a duas unidades,* de *número complexo a mais de duas unidades.*

Neste curso faremos uma revisão rápida das teorias dos números naturais, inteiros, racionais e relativos. Deter-nos-emos com um pouco mais de minúcia na dos números reais e na dos complexos a duas unidades, não nos ocupando da dos números complexos a mais de duas unidades. (Nota I).

2. — *Os números naturais*

A — A sucessão dos números naturais.

Bertrand Russel, no primeiro capítulo da sua «*Introdução à Filosofia Matemática*» escreve: «Para as pessoas de hoje, providas de um grau médio de instrução, o ponto de partida evidente das matemáticas seria a sucessão dos números inteiros

$$1, 2, 3, 4, \cdots$$

Provàvelmente, só uma pessoa de posse de alguns conhecimentos matemáticos, pensaria em fazer começar a sucessão por 0 e não por 1; admitiremos êsse grau de instrução e partiremos da sucessão

$$0, 1, 2, 3, \cdots n, n+1, \cdots$$

e é esta sucessão que teremos em vista quando falarmos da *sucessão dos números naturais*».

Tomemos portanto como ponto de partida, como alicerce do edifício matemático, esta *sucessão dos números naturais.*

Mas, em relação a ela, são possíveis duas atitudes, assinaladas por Russel na obra citada — ou, sem nos preocuparmos com a natureza dessa sucessão e a maneira como ela eclodiu no pensamento humano, passamos imediatamente à construção, vendo que conseqüências podemos tirar dessa noção que supomos clara — é a via das matemáticas pròpriamente ditas; ou, pelo contrário, nos detemos no exame dela, procurando surpreender o caminho que leva ao seu aparecimento na mente do homem, investigando da existência de possíveis noções mais simples que por detrás dela estejam encobertas e a que importa dar vida, iluminando-as — é a via da filosofia matemática.

Como não nos propomos desenvolver um curso de filosofia matemática, antes estamos fazendo uma introdução a um curso de Álgebra, é a primeira a via que seguiremos.

Vamos porém, nesta primeira lição, seguir um pouco a segunda via, pois por ela seremos levados ao estabelecimento de noções que importa fixar no início de qualquer curso de Matemáticas Superiores.

B. — A operação da contagem.

¿Como apareceu, no espírito do homem, a noção de número natural? Esta pregunta, de muito difícil resposta, pode ser, para o nosso intento, substituída por estoutra — ¿a que necessidade humana correspondeu a criação dos números naturais? A esta pode responder-se com segurança — à necessidade da contagem de colecções de objectos.

Demoremos um pouco a nossa atenção no exame desta operação da *contagem* e da correspondente idea de contagem. Por muito simples que ela pareça, e tão simples que começa *hoje* a ser praticada desde os primeiros anos da infância, não deixa no entanto de ser uma operação psicológica complicada.

E poderá parecer paradoxal que vamos, dentro em pouco, apontar como ideas mais simples, de que a operação de contagem se utiliza, algumas de mais difícil apreensão do que a idea de contagem em si. Mas tal nos não deve admirar; nem sempre o que é lògicamente simples é fàcilmente apreensível. Como justamente observa Russel, na obra acima citada, «da mesma maneira que os corpos mais fáceis de ver são os que não estão nem muito longe nem muito perto, que não são nem muito pequenos nem muito grandes, do mesmo modo as concepções mais fáceis de apreender são aquelas qu enão são nem muito complicadas nem lògicamente muito simples».

¿Quais são então as ideas mais simples de que fazemos aplicação ao praticarmos a operação de contagem?

São quatro: idea de *unidade*, idea de *colecção* ou *conjunto* (pluralidade), idea de *ordem*, idea de *correspondência*.

Estas ideas, precisamente por serem primárias, não se definem; vamos apenas procurar esclarece-las.

A *idea de unidade* resulta da consideração, no nosso espírito, do *ser*, de natureza material ou ideal, considerado independentemente das qualidades próprias que o possam recomendar à nossa atenção (e que prèviamente lhe conferiram as características que o diferenciam) excepto, é claro, de uma, precisamente a de ser *distinto* dos outros seres.

A *idea de colecção ou conjunto* resulta da consideração de reüniões de seres (pluralidade) e opõe-se, no ponto de vista da quantidade, à idea de unidade. Mas, por outro lado, o conjunto pode por seu turno, uma vez formado e assimilado no nosso espírito, ser considerado como uma unidade — um conjunto de árvores pode ser encarado como *uma* floresta.

Os seres cuja reünião forma o conjunto dizem-se os *elementos* dêsse conjunto.

Para que um conjunto possa ser tido como *dado*, é preciso que nos asseguremos prèviamente da possibilidade, pelo menos teórica, de, uma vez considerado um elemento qualquer, determinar se êle pertence ou não ao conjunto. (Nota II).

A *idea de ordem* é aquela que nos faz considerar um dado elemento como anterior ou posterior a outro, precedendo-o ou seguindo-o.

É-nos imposta pelo próprio desenrolar de acontecimentos no tempo e intervem por conseqüência na operação da contagem, pois, durante ela, os elementos vão sendo *sucessivamente* tomados em consideração.

Sempre que num conjunto, por um processo escolhido de ordenação, de dois elementos quaisquer, um é considerado como precedendo o outro, o conjunto diz-se ordenado.

A *idea de correspondência* é, fundamentalmente, aquela pela qual associamos no pensamento dois seres.

Entre os elementos de dois conjuntos diz-se haver uma correspondência, quando êles estão relacionados de maneira tal que o pensamento num elemento (antecedente) de um dos conjuntos implica o pensamento num ou mais elementos (conseqüentes) do outro conjunto.

A relação que dá origem à correspondência diz-se *lei da correspondência*.

Chama-se *correspondência recíproca* duma correspondência dada aquela em que os papéis de antecedente e conseqüente estão trocados em relação à primeira.

Assim, por exemplo, se considerarmos um determinado grupo de homens e o conjunto dos nomes próprios masculinos da língua portuguesa, podemos encarar a correspondência *homem-nome* e a sua correspondência recíproca *nome-homem*.

Uma correspondência diz-se *completa* quando todo o antecedente tem conseqüente, um ou mais; diz-se *incompleta* quando há antecedentes sem conseqüente. A correspondência homem-nome é completa; a sua correspondência recíproca pode não o ser, basta para isso que não haja no grupo homem nenhum com um determinado nome próprio.

Uma correspondência completa diz-se *unívoca* quando cada antecedente tem *um só* conseqüente; diz-se *plurívoca* no caso contrário. A correspondência homem-«nome próprio» é unívoca; a sua recíproca pode ser plurívoca, basta para isso que no grupo haja mais de um homem com o mesmo nome próprio.

Quando uma correspondência é unívoca e a sua recíproca também, recebe o nome de *correspondência biunívoca*. É biunívoca, por exemplo, a correspondência entre o conjunto de maridos e o das respectivas espôsas, em regime monogâmico.

Uma correspondência diz-se *ordenada* quando os conseqüentes ocupam, no segundo conjunto, a mesma ordem relativa que os antecedentes no seu. Se tivermos, por exemplo, um conjunto de vinte esferas numeradas de 1 a 20, por ordem crescente de pêsos, a correspondência esfera-número é biunívoca e ordenada.

Dois conjuntos dizem-se *equivalentes* quando entre êles existe uma correspondência biunívoca; dizem-se *semelhantes* quando essa correspondência é biunívoca e ordenada.

Não é demasiado insistir em que estas quatro ideas primárias estão ìntimamente ligadas umas com as outras e em que qualquer delas se não pode separar das restantes. Tôdas elas são, afinal, resultantes da nossa vida no meio que nos cerca e da adaptação a êsse meio sem a

qual é impossível a vida. Alguns pensadores têm pôsto em relêvo o papel importante que desempenha no conceito de número a noção de *espaço*, outros têm feito incidir a sua atenção sôbre a de *tempo*. Mas a realidade ambiente espacial-temporal é *una* e é dela que se alimenta todo o nosso conhecimento.

C. — A comparação de conjuntos no ponto de vista da quantidade.

Tomemos duas colecções de objectos e procuremos responder à pregunta ¿qual delas tem mais objectos?

A maneira mais simples e segura de resolver a questão é estabelecer uma correspondência entre os objectos das duas colecções, de modo que a cada objecto de uma corresponda um único objecto da outra.

Representemos as colecções por A e A'. Podem apresentar-se três casos:

1.º — a correspondência é biunívoca e ordenada, isto é, a todo o objecto de A corresponde um e só um objecto de A' e recíprocamente, pela mesma ordem; não há mais nem menos objectos numa ou na outra das colecções, elas são semelhantes.

2.º — Estabelecida a correspondência, ficaram objectos em A sem correspondente em A' porque os desta se esgotaram. Então, há *mais* objectos em A que em A'.

3.º — Estabelecida a correspondência, esgotaram-se os objectos de A ficando ainda em A' objectos disponíveis que poderiam servir de conseqüentes.

Há então em A *menos* objectos que em A'.

Vê-se portanto como a simples aplicação da noção de correspondência permite comparar as quantidades de objectos de duas colecções dadas.

E compreende-se também como o uso constante dêste processo de comparação levou o homem, por um esfôrço de abstracção, a criar no seu espírito uma colecção ideal servindo de padrão comparativo de quantidades. ¿Por quantos séculos se arrastou a criação dêsse padrão ideal? ¿Quanto tempo levou o homem para notar que entre um casal de aves e o nascer do sol num dia e no seguinte havia qualquer coisa de comum — o número dois?

Essa idea foi porém desabrochando lentamente até se converter na sucessão de números naturais

$$1) \qquad 1, 2, 3, \cdots.$$

Uma vez criada esta sucessão, a comparação de quantidades de duas colecções de objectos está agora grandemente facilitada — não há mais que proceder à *contagem* dos objectos dessas duas colecções. ¿E em que consiste essa contagem? No estabelecimento de uma correspondência biunívoca e ordenada entre os objectos da colecção e os elementos (números) sucessivos da sucessão dos números naturais.

Suponhamos que, pelo estabelecimento dessa correspondência, na colecção A se chegou até ao número n — digo que à colecção corresponde o número n, ou que o número dos seus objectos é n.

Para outra colecção A' obteremos, pelo mesmo processo, o número n' e podem então apresentar-se três casos: ou n' coincide com n — as colecções têm igual número de objectos; ou n' está à direita de n, ocupa portanto na sucessão uma ordem mais elevada — a colecção A tem maior número de objectos do que a colecção A'; ou, finalmente, n' está à esquerda de n — a colecção A tem menor número de objectos que a colecção A'. (Nota III).

Assim, o conceito, primitivamente grosseiro, de mais ou menos objectos, recebe uma interpretação rigorosa no de número natural igual, maior ou menor do que outro — um número natural maior que outro é um número natural que na sucessão *1)* está à direita dêsse outro.

À noção de igualdade vêm assim inerentes as três propriedades seguintes:

a) reflexiva — $a = a$
b) simétrica — se $a = b \longrightarrow b = a$
c) transitiva — se $a = b,\ b = c \longrightarrow a = c$.

À de desigualdade (maior que ou menor que) vêm inerentes as seguintes:

a) se $a > b \longrightarrow b < a$
b) se $a > b,\ a = a',\ b = b' \longrightarrow a' > b'$
c) se $a > b,\ b > c \longrightarrow a > c$.

D. — O zero.

Como atrás se disse, a sucessão dos números naturais pode começar-se por zero em vez de a começar por 1 e é isso mais conforme com a simbologia matemática moderna.

A idea de zero, de não existência, deve ter nascido com a de número; contudo, o uso do símbolo zero é relativamente recente. É devido aos matemáticos hindus, mas não aparece qualquer referência ao símbolo zero em nenhum documento anterior ao século VIII da nossa era.

3. — *O Problema do finito e do infinito.*

Consideremos de novo a sucessão dos números naturais

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ n,\ (n+1),\ \cdots$$

para fazermos esta pregunta — ¿onde termina esta sucessão? ¿qual é o seu último elemento ou, por outras palavras ainda, qual é o último, o maior número natural?

Se considerarmos a questão do ponto de vista prático, ou, melhor, se a encararmos à luz da experiência pura, não podemos deixar de reconhecer que existe talvez um limite, uma barreira, além da qual não possamos ter uma colecção de objectos maior do que aquela que já temos.

Mas, para a criação do conceito de número, o nosso espírito tomou a experiência apenas como ponto de partida e, sôbre noções vagas e grosseiras, criou livremente a sucessão dos números naturais. Nessa sucessão há uma característica fundamental que é a possibilidade de passagem de um elemento (número natural) para o seguinte.

A pregunta formulada, põe-se portanto agora assim — ¿onde se detem a possibilidade de passagem de um elemento para o seguinte? E a esta pregunta o nosso espírito recusa-se a responder doutra maneira que não seja — essa possibilidade não desaparece em altura nenhuma, pois, ¿qual é aquela que lhe podemos marcar para desaparecimento?

Quere dizer — *à nossa mente impõe-se, como uma necessidade matemática, a possibilidade de passagem indefinida de um número natural para o seguinte.*

É esta necessidade matemática que exprimimos dizendo que «*a sucessão dos números naturais é infinita*».

Impõe-se-nos assim à nossa atenção a existência de conjuntos infinitos como seres de razão, como entidades matemáticas. Há que tratá-los, estudá-los, procurar submetê-los a leis matemáticas gerais.

Isso não se faz sem grandes dificuldades e sem os seus perigos.

Como primeiro tratamento de conjuntos infinitos, vejamos se será possível estabelecer para com êles um critério que permita, de certo modo, distingui-los de uma maneira semelhante àquela por que distinguimos, no finito, as colecções de objectos no ponto de vista da quantidade.

E como, no finito, essa distinção foi feita com o auxílio da noção de correspondência, procuremos a possibilidade de extensão dessa mesma noção ao infinito. ¿Será possível, essa extensão? Para que o seja, precisamos de nos assegurar de que a operação elementar de fazer corresponder um elemento a outro elemento se possa repetir indefinidamente. Ora essa possibilidade de repetição indefinida de um acto, uma vez pensado, foi já reconhecida na sucessão natural e não há portanto razão nenhuma para a negar aqui.

Temos, por conseqüência, o direito de estender ao infinito a noção de correspondência e, para não variar de expressões nem de métodos, adoptemos as mesmas designações, com as mesmas significações, que já usamos no finito.

Continuaremos assim a dizer que dois conjuntos infinitos são *equivalentes* se entre êles existir uma correspondência biunívoca e que são *semelhantes* se entre êles existir uma correspondência biunívoca e ordenada.

Façamos desde já uma aplicação.

A sucessão dos números naturais é infinita; do mesmo modo, é infinita a sucessão constituída apenas pelos números pares. Estas duas sucessões podem ser postas em uma correspondência biunívoca e ordenada

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ n,\ \cdots$$
$$0,\ 2,\ 4,\ 6,\ \cdots\ 2n,\ \cdots$$

para o que basta fazer corresponder a cada número natural o seu duplo. As duas sucessões são portanto semelhantes, mas, como a segunda é manifestamente uma parte da primeira, tem-se esta conseqüência de uma enorme importância filosófica: *no infinito não vale o axioma do finito — o todo é maior que a parte — lá, o todo pode ser equivalente à parte.* (Nota IV).

Serve isto como primeiro exemplo de que, quando saímos do finito, temos que abandonar as ideas, as noções comuns, sôbre as quais estamos habituados a fundar os nossos juízos. (Nota V).

4. — *As chamadas teorias axiomáticas da Aritmética.*

Baseámos a génese da noção de número na contagem e, a partir dessa base, chegámos ao conceito do número ordinal. Outro teria sido o resultado se diferente base tivessemos tomado.

O problema da origem da noção de número é dos mais delicados e, em relação a êle, pode dizer-se que se defrontam duas tendências fundamentais entre os pensadores — um tendência de *racionalismo* segundo a qual a noções-base das matemáticas são criadas livremente pelo espírito, sem nenhum recurso à experiência; uma tendência de *empirismo* que pretende, pelo contrário, que tôdas as nossas noções são derivadas da experiência.

Uma terceira tendência existe, intermediária entre essas duas, que leva a ir buscar à experiência certas noções grosseiras que depois são reelaboradas livremente pela razão. Foi esta terceira tendência a que seguimos no que atrás ficou dito.

Mas, em tôda a aritmética se verifica sempre esta circunstância — necessidades determinadas impõem a criação de uma certa categoria de números; definem-se êsses números e construi-se a sua teoria; na definição e na teoria estão reflectidas as necessidas que impuseram a sua criação, são delas uma emanação imediata. Uma teoria aritmética com estas características diz-se uma *teoria sintética.*

Mais tarde, um natural desejo de libertar a aritmética de tôdas as influências das ciências afins que impuseram o alargamento do seu âmbito, leva a procurar se não será possível dar dêsses mesmos números uma definição, e construir a sua teoria, com recurso apenas a conceitos meramente lógicos, e sem nenhuns sinais dessas influências externas.

Êsse trabalho de *purificação* da aritmética exije uma reelaboração de conceitos que permita *aritmetizar* a teoria considerada. Uma teoria aritmética assim obtida diz-se uma *teoria analítica.*

As teorias analíticas constituem portanto um segundo estado mais perfeito que o anterior.

Essa mesma ânsia de perfeição tem levado os pensadores a procurar se será possível proceder do mesmo modo para os números naturais, isto é, construir dêles uma teoria sem nenhuns sinais de recurso à experiência.

Torna-se para isso necessário estabelecer de entrada um certo número de conceitos e relacioná-los em seguida por um certo número de proposições.

Posta essa base, a teoria pode então desenvolver-se duma maneira inteiramente lógica.

Uma teoria dos números naturais com estas características denomina-se *teoria axiomática,* nome sem dúvida mal pôsto, pois as proposições que a fundamentam têm, não o carácter de axiomas, mas, sim, o de postulados.

Várias têm sido as tentativas feitas nesse sentido.

Referir-nos-emos apenas a uma delas, pois não cabe aqui uma discussão aprofundada do assunto, — à teoria de Peano. (Nota VI).

Peano parte de três ideas primitivas: *unidade, número, sucessor,* e de cinco proposições relacionando-as; são elas:

1.ª — a unidade é um número;

2.ª — o sucessor de um número é um número;

3.ª — se dois números têm o mesmo sucessor, são iguais;

4.ª — a unidade não é sucessor de nenhum número;

5.ª — se uma classe s de números contém a unidade e se a classe formada pelos sucessores dos números de s está contida em s, então todo o número pertence a s.

Esta quinta proposição (postulado) é conhecida pelo nome de *princípio de indução completa* e serve de base aos raciocínios por recorrência.

Proponhamo-nos, por exemplo, demonstrar que a soma dos primeiros n números ímpares é igual ao quadrado de n.

Seja s a classe dos números naturais para os quais essa propriedade se verifica. Essa classe contém manifestamente a unidade; seja p um número qualquer de s, é então

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 2p - 1 = p^2$$

donde se conclui, somando $2p + 1$ a ambos os membros,

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2p - 1) + (2p + 1) = p^2 + 2p + 1,$$

ou,

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 2p + 1 = (p + 1)^2$$

isto é, o número $p + 1$ pertence também a s logo, pelo princípio, a classe s contém todos os

números naturais e a propriedade enunciada é portanto verdadeira para *n* qualquer. (Nota VII).

Está longe de se ter estabelecido um acôrdo entre os matemáticos a respeito da validade e utilidade das teorias axiomáticas.

Têm-se estabelecido a êste respeito várias tendências e a discussão continua, motivo por que nos não alongamos sôbre o assunto. (Vide a nota VI).

Dr. BENTO DE JESUS CARAÇA
(Prof. do I. S. C. E. F.)

NOTA I. *Resenha histórica da evolução do conceito de número.*

Não se podem fixar datas que marquem o aparecimento do conceito de número natural; êle é certamente muito remoto e constitui uma das primeiras manifestações do despertar da inteligência no homem.

É bastante remoto também o conhecimento dos números fraccionários; encontra-se já menção dêles no «Papiro de Rhind», pertencente à colecção do British Museum e que data de entre 1.500 a 2.000 anos A. C.

Diofanto de Alexandria, matemático grego que viveu provàvelmente na segunda metade do século 3.º P. C., se bem que só considerasse, segundo as tradições da aritmética grega, como verdadeiros números — ἀριθμοί — aqueles que hoje designamos por inteiros e positivos, tratava no entanto já sistemàticamente as fracções quando elas se lhe apresentavam nos problemas.

A história dos números irracionais é longa e dos problemas mais atraentes da história das matemáticas.

Nenhum conceito teve talvez tanta dificuldade em adquirir direitos de cidadania nas ciências matemáticas. Tendo tido a sua origem no século VI A. C. com Pitágoras, ou pelo menos um pouco mais tarde com algum dos seus discípulos, ainda no século XVI Miguel Stifel exclamava — irrationalis numerus non est verus numerus — e só com os génios de Descartes e Newton êles adquiriram o verdadeiro carácter de números.

Mas temos ainda que esperar pela segunda metade do século XIX para ver surgir das mãos de Méray, Weierstrass, Dedekind e Cantor tratamentos *científicos* da teoria dos números irracionais.

E não se julgue que uma tal extensão, pelo tempo, da formação desta teoria seja devida a desinterêsse pelo assunto ou falta de cultores dêle. Pelo contrário, nenhuma questão matemática foi debatida tam longamente e com tanta paixão; à sua volta deu-se a derrocada de sistemas filosóficos; pela persistência na refutação da sua existência como seres de pensamento — de que é testemunho o seu próprio nome: irracional, ἄλογος — não criou o génio grego a Análise Infinitesimal que, contudo, esteve prestes a brotar do cérebro privilegiado de Arquimedes.

Não podendo entrar aqui em pormenores sôbre êste assunto, do mais alto interêsse histórico, remetemos os curiosos para os manuais de história das matemáticas, bem como para as enciclopédias citadas na nota VI, e para o belo livro que é «Le Nombre, langage de la Science» de T. Dantzig.

Quanto aos números negativos, pode assinalar-se o seu aparecimento com Diofanto, o seu tratamento corrente pelos matemáticos hindus, herdeiros do pensamento grego, tratamento que adquire uma forma satisfatória com Cardan no século XVI e Girard no primeiro quartel do século XVII.

Os números complexos a duas unidades são de criação muito mais recente. Introduzidos por Bombelli na segunda metade do século XVI para permitir a expressão simbólica das raízes da equação do 3.º grau no caso irredutível, adquirem nos fins do século XVIII um tratamento completo com Wessel, Gauss e Argand, tendo devido contudo, a Moivre, meio século antes, o maior impulso, no ponto de vista aritmético.

Mais recente ainda é o conceito de número complexo a mais de duas unidades — foi criado no século XIX por obra de Hamilton e de Grassmann.

NOTA II. *Sôbre a noção de conjunto.*

Muitas discussões se têm levantado no campo da filosofia matemática sôbre o conceito de conjunto. Essas discussões têm incidido principalmente sôbre a validade das duas orientações opostas quanto ao modo de considerar um conjunto — ou partindo dos elementos de que êle é constituído até formar o todo — processo indutivo; ou, pelo contrário, partindo do conceito geral, da *ideia* de conjunto, até, pela adjunção de propriedades particulares, individualizar os seus elementos — processo dedutivo.

Não cabe aqui fazer a crítica dêsses dois processos, para o que seria necessário, em primeiro lugar, estabelecer a sua filiação em correntes filosóficas gerais. Para êsse efeito, remetemos os estudiosos para a nota I apensa ao volume 5.º da colecção «Per la Storia e la Filosofia delle Matematiche». Êsse volume contém a tradução das obras fundamentais de Dedekind «Was sind und was sollen die Zahlen» e «Stetigkeit und irrationale Zahlen», tradução feita por O. Zariski e seguida de 12 notas histórico-críticas da autoria do tradutor.

Na primeira dessas notas, «Sôbre o conceito de conjunto», além de uma discussão resumida do problema referido, contêm-se amplas referências bibliográficas.

NOTA III. *Números ordinais e números cardinais. Princípio de invariância.*

O conceito de número de que se fala no texto é o de *número ordinal* e, de resto, a colocação dos números naturais numa sucessão implica um critério de ordem, de posição relativa, correspondendo a essa posição relativa a noção de maior que, menor que, igual.

Mas os números naturais podem ser considerados independentemente do conceito de ordem e têm-se assim os chamados *números cardinais.*

A distinção entre os dois conceitos é delicada e não pode ser tratada desenvolvidamente aqui; veja-se para êste efeito E. W. Hobson — The Theory of Functions of a Real Variable, Vol. I. Cap. I., F. Enriques — I numeri reali, Parte I. Artigo 6.º das «Questioni Riguardanti» (ver nota VI).

Os conceitos de número ordinal e cardinal são lògicamente distintos, mas a cada número ordinal corresponde um número cardinal que se representa pelo mesmo símbolo. Há portanto identidade prática e simbólica entre êsses dois conceitos, identidade que, porém, se verifica apenas no finito.

Uma questão importante se levanta, ligada intimamente com a teoria que apresentamos.

Ao fazer a contagem de uma colecção de objectos, estabelecendo uma correspondência biunívoca e ordenada entre êsses objectos e os números da sucessão natural ¿quem garante que, se efectuarmos essa contagem *por outra ordem*, à colecção corresponda o mesmo número?

É evidente que, se tivessemos feito uma teoria cardinal dos números, tal pregunta não teria razão de ser posta, pois nessa teoria a ordem não desempenha nenhum papel, ao contrário do que acontece na teoria que expuzemos, baseada na contagem que, como vimos, exigia quatro ideias simples, entre as quais a de ordem.

Para que assim o resultado da contagem satisfaça, qualquer que seja a ordem por que é feita, ao princípio de identidade (ver nota IV) é preciso postular, ou demonstrar, que «se uma colecção de objectos se ordena de modos diversos, obtêm-se diferentes colecções às quais corresponde sempre o mesmo número ordinal».

Esta proposição, conhecida por «Princípio de invariância do número», foi pela primeira vez enunciada por Schröder. Foi depois considerada por Kronecker que a tomou como um postulado para a colecção 1, 2, . . . n e posteriormente demonstrada por Helmholz, Dedekind e Enriques.

Pode ver-se, para a demonstração, a obra citada de E. Hobson, cap. I. Veja-se também, sôbre êste assunto, a nota 3.ª de Zariski no volume com a tradução das obras de Dedekind, citado na nota II.

NOTA IV. *Axioma, postulado, princípio.*

É freqüente encontrar-se, mesmo nos livros científicos, uma grande confusão entre *axioma*, *postulado* e *princípio*, não se tendo ainda estabelecido uma uniformidade de designações, a todos os respeitos desejável.

Parece-nos serem as seguintes as acepções mais próprias.

Axioma — proposição considerada como evidente e aceita por verdadeira sem demonstração.

Euclides, nos seus «Elementos» emprega a designação κοιναὶ ἔννοιαι — noções comuns; exemplos: «o todo é maior que a parte», «as metades de coisas iguais são iguais».

Postulado — proposição posta na base de um sistema dedutivo que não é, nem uma definição, nem uma hipótese provisória, nem um axioma.

Apresenta portanto, no ponto de vista do entendimento, êste carácter — pode ser negado sem contradição (não é portanto lògicamente necessário) e só se pode tomá-lo para fundamento da dedução depois do acôrdo prévio de quem a vai seguir.

Euclides emprega para os postulados a designação αἰτήματα, de αἰτεῖν — pedir, como se pede uma coisa que se deseja.

Exemplo — *Postulado 5.º dos Elementos:* Pede-se que, se uma recta, encontrando outras duas, forma, de um mesmo lado, ângulos cuja soma é menor que dois rectos, as duas rectas, prolongadas indefinidamente, se encontrem daquele lado em que a soma dos ângulos é menor que os dois rectos.

Não confundir êste postulado (que equivale a pedir que por um ponto fora de uma recta se possa tirar no mesmo plano uma e uma só paralela à recta) com a definição de rectas paralelas. Uma coisa é a definição de um ser geométrico e outra a possibilidade de o construir.

Assim, depois de definir círculo, Euclides *pede* (postulado 3.º) que, com qualquer centro e qualquer distância, se possa descrever um círculo.

Os postulados podem apresentar, como os da geometria euclidiana, um carácter de evidência, mas essa evidência é da intuïção sensível e não da razão, visto que podem ser negados sem contradição.

Quanto ao termo *princípio*, é êle empregado em sentidos diversos, servindo para designar ora um postulado, ora um axioma, ora um teorema, ou mesmo o resultado da observação de factos experimentais.

Convém no entanto fixar a nomenclatura e por isso definiremos [1].

Princípio — proposição posta no início de uma dedução, proposição essa que não se deduz de nenhuma outra no sistema considerado e por conseqüência posta, até nova ordem, fora de discussão [2].

Mais geralmente, dá-se o nome de *princípios* de uma ciência ao conjunto de proposições directrizes, características, às quais se deve subordinar todo o desenvolvimento ulterior dessa ciência.

Costuma dar-se o nome de *princípios lógicos* aos seguintes princípios directores do pensamento científico:

1.º — *Princípio de identidade* — o que é, é; o que não é, não é.
2.º — *Princípio de contradição* — o contrário do verdadeiro é falso.
3.º — *Princípio de exclusão* — de duas proposições contraditórias, uma é verdadeira e a outra falsa [3].

O conjunto dêstes três princípios, aumentado com o chamado *princípio de razão suficiente*, constitui o que se denomina *leis do espírito* ou *leis do pensamento*.

O princípio de razão suficiente pode enunciar-se assim (Leibniz): nada acontece sem que haja uma causa ou pelo

---

[1] É claro que, de acôrdo com a definição, é impróprio o uso de designações como «princípio de invariância do número», «princípio de indução completa» que, contudo, empregamos neste trabalho. Quando foram enunciados pela primeira vez, foi com o carácter de verdadeiros princípios e o nome ficou. As ideias evolucionaram e a sua posição no edifício matemático variou, mas um nome, uma vez usado, é difícil de alterar.

[2] «Até nova ordem» porque o progresso científico está constantemente originando mudanças na posição relativa dos princípios.

[3] Para aplicação dêstes princípios, é necessário todo o cuidado com o atributo de «contrário» de qualquer coisa. Assim, o contrário de $a < b$ não é $a > b$ mas sim $a \geq b$.

Contrário não é apenas *incompatível;* duas proposições incompatíveis podem ser simultâneamente falsas — se é $a = b$ é simultâneamente falso $a > b$ e $a < b$ — mas não podem ser ao mesmo tempo falsas se, além de incompatíveis, forem contraditórias.

menos uma razão determinante pela qual se possa ver por que motivo acontece assim e não de outra maneira, ou não acontece.

Costuma ainda juntar-se, por vezes, a estes princípios o seguinte, denominado *princípio de uniformidade das razões:* nada pode ser considerado como razão suficiente num caso, sem que tenha também de ser considerado como razão suficiente em todos os casos da mesma natureza.

Vide, a êste respeito, A. Lalande, — Vocabulário técnico e crítico da filosofia. Artigos: axioma, postulado, princípio, razão, lei.

NOTA V.

A propriedade que se verifica no infinito de o todo poder ser equivalente à parte marca nìtidamente a sua diferenciação em relação ao finito. E como assim é, chegou já essa propriedade a ser tomada como *definição* de conjunto infinito (Dedekind). Para uma crítica dessa maneira de definir conjunto infinito, vide a nota 2.ª do trabalho de Oscar Zariski, já citado.

NOTA VI.

Êste assunto tem sido dos mais debatidos nos tempos modernos entre os matemáticos.

Não indo entrar aqui, como dizemos no texto, num estudo minucioso dêle, remetemos os estudiosos para as obras gerais a seguir citadas, além das mencionadas no texto e noutras notas.

Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften, I Band, I Heft — H. Schubert: Grundlagen der Aritmetik.

Na edição francesa, infelizmente incompleta, desta enciclopédia «Encyclopédie des Sciences Mathématiques Pures et Appliquées» o artigo correspondente foi redigido por Jules Tannery e Jules Molk — Tome I, Vol. I. Fasc. I, sob o título — «princípios fundamentais da aritmética». É de leitura indispensável para quem queira orientar-se no estudo da aritmética.

Enciclopédie delle Matematiche Elementari, Vol I. Parte I. Artigos I — Alessandro Padoa: Logica — e II — Dulio Gigli: Aritmetica Generale.

Questioni Riguardanti le Matematiche Elementari, 3.ª ed. Parte I. Crítica dei Principi — Art.º 6.º Federigo Enriques: I numeri reali.

Consultar também «*Encyclopaedia Britannica*» 14.ª ed., (útil sobretudo por magníficas referências bibliográficas) artigos Number, Foundations of Mathematics, Nature of Mathematics.

Duma consulta indispensável são também as *Obras filosóficas de Henri Poincaré:* «La Science et l'Hypothèse» cap. 1.º e 2.º; «La Valeur de la Science» cap. 1.º; «Science et Méthode» cap. 3.º, 4.º e 5.º; «Dernières Pensées» cap. 4.º e 5.º. (Bem entendido, há interêsse em ler estas quatro obras completas; citamos apenas aqueles capítulos que mais de perto se relacionam com o assunto de que nos estamos ocupando).

É de aconselhar ainda a leitura da obra de Félix Klein — «*Matemática Elemental desde um punto de vista superior*» (tradução espanhola do original alemão e publicada na colecção «Biblioteca Matemática») vol. I, Parte I, Aritmética.

Consulte-se também E. Meyerson — *Du Cheminement de la Pensée.* Tome II, Livre III: «Le Raisonnement Mathématique.

NOTA VII. *O princípio de indução completa.*

A história dêste princípio é, podemos dizer, acidentada; à volta dêle têm-se travado longas discussões.

Foi pela primeira vez aplicado no século XVI por Francisco Maurolico e de então para cá tem passado por várias vicissitudes — ora aplicado sem uma enunciação explícita; ora tomado como postulado (Peano); ora apresentado como um teorema demonstrado (Dedekind).

Nas teorias em que é tomado como postulado, êle serve de base às definições de operações e estudo das suas propriedades (vide, por exemplo, E. Landau — *Grundlagen der Analysis).*

A possibilidade de demonstração do princípio de indução (vide, para êsse efeito, por exemplo, Dedekind — Was sind und was sollen die Zahlen, E. Hobson — The Theory of Functions of a Real Variable) vem mostrar que não eram exactas as ideas de Henri Poincaré que afirmava (La Science et l'Hypothèse, cap. 1.º, Science et Méthode pág. 159) que êsse princípio era «irredutível à lógica», constituindo um processo especial de raciocínio, uma necessidade matemática suis generis.

Cremos que o que se impõe ao nosso espírito como necessidade matemática, irredutível à lógica, é a possibilidade ilimitada de passagem de um número natural ao seu sucessar *mas não é nisso que está a natureza do princípio de indução completa* — essa reside na manutenção de propriedades quando se verificam as condições expressas no enunciado.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

CONFERÊNCIA MUNDIAL DE ENERGIA

O Comité Nacional Sueco da Conferência Mundial da Energia, de acôrdo com os Comités Nacionais da Dinamarca, Finlândia e Noruega, convida todos os países representados nessa conferência a tomar parte numa Sessão especial, a realizar em Estocolmo, de 26 de Junho a 10 de Julho de 1933.

Por êsse convite, todos os países que assim o desejem, podem, por intermédio dos Comités Nacionais respectivos, enviar delegados oficiais

a essa Sessão e apresentar comunicações que dirão respeito aos problemas da energia na grande indústria e nos transportes.

Os problemas fundamentais que constam do programa e que serão discutidos duma maneira geral sob os pontos de vista técnico e económico, são os seguintes:

I — A energia na grande indústria:
- *a)* Abastecimento de energia: fôrça e calor.
- *b)* Problemas de energia, de interêsse particular em certos ramos da indústria.
- *c)* Aquecimento pela electricidade.
- *d)* Transporte e adaptação da fôrça motriz às máquinas industriais.

II — A energia nos transportes:
- *a)* Caminho de Ferro.
- *b)* Navegação.

Vejamos, mais pormenorisadamente, do que trata cada um dêstes problemas e sôbre que pontos é que incidirá mais particularmente a discussão.

I — A energia na grande indústria.

a) Abastecimento de energia: fôrça e calor.

1) Êste problema trata, em primeiro lugar da questão seguinte: ¿Qual será a maneira mais económica, da grande indústria se abastecer de energia?

Nesta ordem de ideas, estudar-se-á se é preferível, para uma indústria importante, abastecer-se de energia em centrais próprias ou comprá-la às grandes rêdes eléctricas ou enfim, combinar êstes dois meios.

2) Verificar até que parte é mais vantajoso, para os consumidores industriais, comprar energia de base e produzir energia de ponta nas suas centrais próprias ou inversamente.

3) Vantagens resultantes da combinação da energia térmica e da energia hidráulica.

4) Vantagens resultantes da troca recíproca de energia entre centrais locais, e com as grandes rêdes eléctricas.

5) Acumulação de energia e utilização de combustíveis secundários.

6) Importância económica do factor de carga, aplicado ao apetrechamento de fôrça e aos aparelhos de produção industrial.

b) Problemas de energia, de interêsse particular em certos casos de indústria.

Esta secção trata de:

A) Problemas especiais nas indústrias consumidoras de vapor para aquecimento.

1) A energia nas indústrias de celulose e do papel (cosedura, secagem e ventilação).

2) Combinações de fôrça e calor, nestas indústrias, mas já tratadas mais geralmente na secção anterior, tais como a utilização do calor a baixa temperatura na circulação do vapor, emprêgo de combustíveis secundários como resíduos de madeira e outros produtos.

B) Problemas especiais na indústria do ferro e do aço.

1) Combinações dos processos metalúrgicos e de produção de fôrça motriz por motores a gás ou a vapor.

2) O transporte a distância de gás contra a gaseificação local.

3) Processos de melhorar a economia de energia nos fornos de aquecimento e de fusão.

4) Variações bruscas de carga nos laminadores.

c) Aquecimento pela electricidade.

Esta secção abrange a utilização do aquecimento pela electricidade na indústria metalúrgica, para fundição, aquecimento, etc.

Os problemas de electro-química e a técnica dos altos fornos eléctricos não serão tratados.

d) Transporte e adaptacão de fôrça motriz às máquinas industriais.

1) A introdução de motores especiais.

2) A utilização dos motores síncronos e meios de regular a velocidade.

3) A adaptação de fôrça motriz às máquinas ferramentas.

II — A energia nos transportes.

a) Caminhos de Ferro.

Neste ramo, as questões actualmente mais vitais dizem respeito à concorrência entre a electrificação e o emprêgo das locomotivas Diesel ou a vapor, para os grandes percursos, por um lado, e entre as linhas eléctricas e os autobus para a circulação urbana e suburbana, por outro.

b) Navegação.

Discutir-se-á a propulsão por motor comparada com a propulsão a vapor, a introdução das transmissões eléctricas, etc., considerando as exigências do trafego rápido e o transporte de mercadorias.

Para mais informações devem dirigir-se ao secretário geral da Sessão especial:

W. P. C. Session spéciale

Stockolm 19, Suécia.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

Produção, consumo e distribuição da energia eléctrica

Os quadros e gráficos seguintes, gentilmente cedidos pelo Sr. Prof. Eng.º Ferreira Dias, assim como o relatório que os precede, foram tirados da Estatística das Instalações Eléctricas em Portugal, no ano de 1931. Um exame atento dêsses elementos, completado com a leitura do magnífico relatório, permite-nos formar uma idea clara de estado do nosso país sob o ponto de vista da produção, distribuïção e consumo da energia eléctrica

Com a publicação da *Estatística das Instalações Eléctricas* relativa ao ano de 1931 — quinto ano de estatística — contribui a Direcção dos Serviços Eléctricos com mais um elemento de estudo para a ordenação sistemática da Electricidade.

Não o faz por imposição regulamentar nem pela burocrática volúpia de esgotar a verba orçamental das publicações a seu cargo; fá-lo na certeza de executar um trabalho indispensável, na fé serena de que hão-de vir a ser frutuosos a colheita e o apuramento dêstes subsídios estatísticos. O problema da energia, apregoado com persistência, há-de ainda alcançar, por unânime consenso, a cotação de grande serviço público.

Se houvesse o hábito de reler os números atrasados do *Diário do Govêrno*, como se relêem as obras primas dos autores consagrados, muita gente se encheria de espanto se, neste ano de 32, deixasse cair a vista sôbre a dúzia e meia de bases da Lei dos Aproveitamentos Hidráulicos, que viu a luz na 1.ª série do jornal oficial em 27 de Outubro de 1926.

Esboça-se nela, embora vago, um plano de centralização e de harmonia, capaz de convencer leigos e até, talvez, os interessados directos numa política económica diferente. Mas se o amador dessas leituras retrospectivas folhear êste volumezinho de estatística e souber ler-lhe nas entrelinhas o que êle traduz de pequenez e desordenamento, ficará a duvidar da lei ou da estatística, tam pouco, se casam os elementos duma e doutra.

Por isso a Direcção dos Serviços Eléctricos, ao trazer a público o presente volume, não sabe que mais há-de sentir: se a satisfação da obra oportuna e útil, se a tristeza dos números que nela se contêm.

*
* *

Duas referências é oportuno fazer na apresentação dêste trabalho: não foi tarefa das mais fáceis apurar os dados que nêle figuram, e teria sido tarefa impossível completá-lo com certos elementos que aparecem em algumas publicações similares estrangeiras, referentes sobretudo a pormenores técnicos da exploração e à vida económico-financeira das emprêsas produtoras e distribuïdoras.

São, principalmente, a dispersão e a pequenez da maioria dos organismos de produção ou distribuïção as causas desta carência de elementos: dão origem a uma escassíssima assistência de técnicos especializados e, conseqüentemente, à dificuldade de obter uns elementos e à impossibilidade de alcançar outros.

Contudo, o presente boletim apresenta-se nìtidamente melhorado em relação aos anteriores. Deu-se às matérias melhor arrumação, organizou-se um quadro sôbre a utilização dos diferentes combustíveis, nacionais e estrangeiros, na produção de energia termo-eléctrica, publicam-se elementos sôbre a natureza dos postes das linha de alta-tensão, e, principalmente, elaborou-se um quadro geral das distribuïções de baixa-tensão, classificadas por concelhos e por emprêsas, contendo grande número de informações sôbre potências e consumos — tantas quantas foi possível colhêr e compilar nos escassos meses do ano que corre.

Completam o volume duas cartas de Portugal, contendo a primeira um esquema das linhas de alta-tensão e a segunda a distribuïção concelhia do consumo de energia eléctrica.

Mantém-se para as ilhas adjacentes a impossibilidade, já constatada no ano anterior, de obter elementos que permitam chegar a resultados com suficiente garantia de exactidão. As dificuldades apontadas para o continente acentuam-se para as ilhas e agravam-se com a demora da correspondência. Por isso, mais uma vez se adia a publicação de dados estatísticos relativos àqueles distritos, os quais, de resto, nada interessam ao problema metropolitano.

*
* *

Um facto desagradável, embora de prever, chama, acima de tudo, a atenção de quem lançar a vista sôbre os gráficos estatísticos: o ano de 1931 é o primeiro em que começa a fazer-se sentir no nosso consumo de energia eléctrica o afrouxamento da marcha em que íamos seguindo. Até 1930, o crescimento da produção, a-pesar-de lento, manteve-se firme: 10,86 por cento em 1929 e 8,17 por cento em 1930; mas em 1931, embora não tenhamos a lamentar um retrocesso, como alguns países estrangeiros, retardou-se com violência o andamento da nossa evolução: o aumento desceu para 2,97 por cento, tendo a produção passado de 260 para 267,8 milhões de kWh.

O aumento global de 2,97 por cento resulta de um aumento de 7,32 por cento nas centrais de serviço público e de uma redução de 12,99 por cento nas de serviço particular, o que prova que continua a manter-se a tendência de serem as segundas absorvidas pelas primeiras.

Na distribuição do consumo das rêdes públicas, segundo a natureza dos consumidores, mantém-se muito sensìvelmente a posição do ano anterior no que respeita à tracção e à fôrça motriz: respectivamente, 24 e 42 por cento do consumo total.

O consumo da indústria eléctro-química dobrou, passando a quási 9 por cento, por virtude da laboração da fábrica de Setúbal; em contrapartida, deminuiu a percentagem de iluminação de 27,5 para 25 por cento.

Em valor absoluto, apenas a iluminação acusa uma baixa de cêrca de 1 milhão de kWh em relação a 1930. E se não fôsse a electrificação de muitas vilas e aldeias, que em 1931 trouxe um forte contigente a esta espécie de consumo, a energia utilizada em luz teria sofrido uma mais forte baixa. Só Lisboa, na sua iluminação particular, consumiu 3 milhões menos que em 1930 e 5,5 milhões menos que em 1928!

Nos 267,8 milhões de kWh que são tôda a nossa produção em 1931, incluindo o serviço público e o particular, não chega bem a 35 por cento a parte de energia hidráulica — sensìvelmente um têrço. Da energia térmica restante, só 26 por cento foi gerada com combustíveis nacionais; o resto, 130 milhões de kWh — 49 por cento de tôda a nossa produção de energia eléctrica — foi produzido com combustíveis estrangeiros.

O número das centrais eléctricas mantém-se quási estacionário, muito próximo das 4 cente-

nas, mas na potência instalada nota-se, em 1931, um aumento sensível, de 150 para 185 milhares de kW; êsse aumento foi preenchido na sua maior parte pelas ampliações da Central Tejo, das Companhias Reünidas Gás e Electricidade (16:000 kW), da Central do Freixo, da U. E. P. (7:000 kW) e da Central de Massarelos, da Companhia Carris de Ferro do Pôrto (5:000 kW).

Com tam forte aumento de potência e tam fraco aumento de consumo, desceu, lògicamente, o número de horas de utilização, que sempre se mantivera em crescimento: passou de 1:729 em 1930 para 1:448 em 1931.

Continuam as centrais de serviço público a apresentar melhor diagrama que as de serviço particular, por falta de indústrias de laboração permanente; registam-se 2:678 horas para as centrais públicas hidro-eléctricas e 1:275 para as termo-eléctricas. Continua a influir desfavoràvelmente neste último número a grande quantidade de centrais de reserva.

O consumo específico por habitante apresenta-se, em 1931, inferior ao de 1930, por se ter passado a contar a população pelo último censo; já no boletim de 1930 se chamava a atenção para o facto de deverem ser um pouco altos os números que se publicavam. Referidos à população total do continente, os consumos específicos médios fixam-se presentemente em 29,3 e 37,1 kWh por habitante, consoante se conta o consumo das rêdes públicas ou o consumo total.

O consumo das cidades de Lisboa e Pôrto aumentou na primeira e baixou na segunda, passando de 74 e 40 milhões de kWh, repectivamente, para 80 e 36.

A-pesar-da baixa de consumo em iluminação particular, o aumento de Lisboa deve-se ao crescimento das necessidades de tracção e fôrça motriz; pelo contrário, o Pôrto, com um pequeno aumento na iluminação, fraquejou na tracção e no consumo da indústria, sobretudo neste último.

O comprimento das linhas de alta tensão ficou em 2:700 quilómetros, tendo subido cêrca de 300, um pouco menos do que subira em 1930. Dêstes 2:700 quilómetros, 2:300 são de linhas aéreas; dêstes, 1:300 possuem postes metálicos, e os restantes, postes de madeira, cimento ou mistos.

*
* *

Nesta comparação do ano que passou com os que o precederam, nada de notável se encontra que possa fazer sair Portugal, no campo da electricidade, da mediania que o boletim anterior já registava.

Nenhum esfôrço renovador se manifesta; a electrificação tem-se feito pela livre acção das condições naturais, sem qualquer orientação superior.

Continuam a dispersão dos órgãos produtores, a estreiteza da distribuïção, a pobreza do consumo, a desnacionalização da energia — quatro males que se impõe atacar simultâneamente.

Continua a haver quási 400 centrais, das quais só 20 têm mais de 1:000 kW, e 218 menos de 100!

O consumo específico, que em quási todos os países da Europa é da ordem das centenas de kWh por habitante, está entre nós apenas em 37; o consumo da indústria (fôrça motriz e electro-química), que regula geralmente entre 60 a 80 por cento do consumo das rêdes públicas, têmo-lo apenas em 51.

As tarifas de baixa tensão andam, sem lei, ao arbítrio de tôdas as opiniões e de todos os contratos; e a energia importada em combustíveis cifra-se ainda em metade da nossa produção.

Só Deus é perfeito e eterno; não admira, por isso, que a nossa electricidade seja defeituosa e que a sua política ainda não tenha nascido.

Direcção dos Serviços Eléctricos, em 15 de Julho de 1932. — O Engenheiro Director, *Ferreira Dias.*

A) Potência instalada

1) Potência instalada nas centrais hidro e termo-eléctricas, em 31 de Dezembro de 1931

Distritos	POTÊNCIA INSTALADA												Total geral	
	OFICINAS HIDRÁULICAS						OFICINAS TÉRMICAS							
	Serviço público e tracção		Serviço particular		Total		Serviço público e tracção		Serviço particular		Total			
	Centrais	Potência kw	Centrais	Potência kw	Centrais	Potência kw	Centrais	Potência kw	Centrais	Potência kw	Centrais	Potência kw	Centrais	Potência kw
Aveiro	3	65	6	575	9	640	9	722	12	1:170	21	1:892	30	2:532
Beja	–	–	–	–	–	–	9	867	4	1:521	13	2:388	13	2:388
Braga	7	1:974	9	2:647	16	4:621	9	4:539	16	2:417	25	6:956	41	11:577
Bragança	1	32	1	31	2	63	5	116	1	80	6	196	8	259
Castelo Branco	–	–	1	22	1	22	6	242	4	595	10	837	11	859
Coimbra	2	448	2	78	4	526	5	1:725	9	613	14	2:338	18	2:864
Évora	–	–	–	–	–	–	8	1:178	3	290	11	1:468	11	1:468
Faro	–	–	–	–	–	–	11	1:540	8	649	19	2:189	19	2:189
Guarda	8	5:077	2	60	10	5:137	2	27	2	170	4	197	14	5:334
Leiria	5	115	1	350	6	465	10	1:879	6	3:826	16	5:705	22	6:170
Lisboa	–	–	2	104	2	104	7	58:862	41	11:468	48	70:330	50	70:434
Portalegre	2	2:448	–	–	2	2:448	6	456	3	300	9	756	11	3:204
Pôrto	3	570	4	1:327	7	1:897	10	29:346	50	10:363	60	39:709	67	41:606
Santarém	3	229	1	140	4	369	8	664	6	1:275	14	1:939	18	2:308
Setúbal	–	–	–	–	–	–	9	2:635	24	6:783	33	9:418	33	9:418
Viana do Castelo	2	14:648	–	–	2	14:648	2	524	–	–	2	524	4	15:172
Vila Real	3	297	1	480	4	777	2	62	2	142	4	204	8	981
Viseu	6	5:717	1	144	7	5:861	3	198	1	58	4	256	11	6:117
Total	45	31:620	31	5:958	76	37:578	121	105:582	192	41:720	313	147:302	389	184:880

2) Centrais hidro e termo-eléctricas, por potências instaladas

Potência das centrais	HIDRÁULICAS		TÉRMICAS					TOTAL GERAL	
	Número de centrais	Potência total kw	Número de centrais	POTÊNCIA				Número de centrais	Potência kw
				Gás pobre kw	Óleos pesados kw	Vapor kw	Total kw		
Até 100 kilowatts	39	1:637	179	1:844	3:480	3:022	8:346	218	9:983
De 101 até 500 kilowatts	27	6:695	106	3:790	7:445	13:006	24:241	133	30:936
De 501 até 1.000 kilowatts	4	2:918	14	915	525	9:261	10:701	18	13.619
De 1.001 até 5.000 kilowatts	4	7:208	10	–	4:496	16:320	20:816	14	28:024
De mais de 5.000 kilowatts	2	19:120	4	–	–	83:189	83:198	6	102:318
Total	76	37:578	313	6:549	15:946	124:807	147:302	389	184:880

B) Produção

1) Produção de energia hidro e termo-eléctrica em 1931

Distritos		Centrais de serviço público kWh	Centrais de serviço particular kWh	Total kWh
Aveiro	T	311:653	887:599	1.199:252
	H	10:131	1.052:321	1.062:452
Beja	T	1.086:025	2.292.482	3.378:507
	H	–	–	–
Braga	T	2.719:191	932:100	3.651:291
	H	14.049:043	4.178:735	18.227:418
Bragança	T	190:906	–	190:906
	H	18:802	65:750	84:552
Castelo Branco	T	370:484	1.026:200	1.396:684
	H	–	–	–
Coimbra	T	736:406	705:249	1.441:655
	H	409:196	63:000	472:196
Évora	T	1.384:913	174:052	1.558:965
	H	–	–	–
Faro	T	1.840:726	649:358	2.490:084
	H	–	–	–
Guarda	T	44:678	380:552	425:230
	H	14.046:495	24:000	14.070:495
Leiria	T	822:388	9.256:316	10.078:704
	H	154:998	276:510	431:508
Lisboa	T	92.362:521	8.139:048	100.501:569
	H	–	10:560	10:560
Portalegre	T	556:105	90:950	647:055
	H	3.143:711	–	3.143:711
Pôrto	T	20.643:655	5.802:110	26.445:765
	H	1.005:217	2.236:153	3.241:370
Santarém	T	1.569:562	329:040	1.898:602
	H	177:004	21:000	198:004
Setúbal	T	9.751:152	9.586:738	19.340:890
	H	–	–	–
Viana do Castelo	T	80:659	–	80:659
	H	50.071:315	–	50.071:315
Vila Real	T	44:280	36:672	80:952
	H	540:226	200:000	740:226
Viseu	T	116:991	–	116:991
	H	1.045:461	61:000	1.106:461
Total	T	134.635:295	40.288:466	174.923:761
	H	84.671:239	8.189:029	92.860:268
Total geral		219.306:534	48.477:495	267.784:029

2) Produção termo-eléctrica por combustíveis, em 1931

Distritos	COM COMBUSTÍVEIS NACIONAIS			COM COMBUSTÍVEIS ESTRANGEIROS			Total geral	Percentagens	
	Carvões minerais kWh	Vegetais kWh	Total kWh	Carvões minerais kWh	Líquidos kWh	Total kWh	kWh	Combustíveis nacionais %	Combustíveis estrangeiros %
Aveiro	357:739	347:950	705:689	282:865	210:698	493:563	1.199:252	58,84	41,16
Beja	16:070	420:361	436:431	2.020:496	921:580	2.942:076	3.378:507	12,92	87,08
Braga	1.891:230	135:000	2.026:230	1.479:100	145:961	1.625:061	3.651:291	55,49	44,51
Bragança	37:603	–	37:603	–	153:303	153:303	190:906	19,70	80,30
Castelo Branco	55:000	105:480	160:480	484:224	751:980	1.236:204	1.396:684	11,49	88,51
Coimbra	213:000	118:530	331:530	176:425	933:700	1.110:125	1.441:155	23,00	77,00
Évora	116:150	632:453	748:603	526:050	284:312	810:362	1.558:965	48,02	51,98
Faro	150:000	669:217	819:217	957:312	713:555	1.670:867	2.490:084	32,90	67,10
Guarda	–	5:000	5:000	11:628	408:602	420:230	425:230	1,18	98,82
Leiria	4.016:052	–	4.016:052	258:383	5.804:269	6.062:652	10.078:704	39,85	60,15
Lisboa	10.649:950	–	10.649:950	86.329:706	3.521:913	89.851:619	100.501:569	10,60	89,40
Portalegre	89:179	187:216	276:395	367:160	3:500	370:660	647:055	42,72	57,28
Pôrto	22.147:993	247:851	22.395:844	3.763:263	286:658	4.049:921	26.445:765	84,69	15,31
Santarém	140:200	406:610	546:810	1.093:241	258:551	1.351:792	1.898:602	28,80	71,20
Setúbal	751:100	983:986	1.735:086	16.311:497	1.294:307	17.605:804	19.340:890	8,97	91,03
Viana do Castelo	–	62:829	62:829	–	17:830	17:830	80:659	77,89	22,11
Vila Real	–	16:672	16:672	20:000	44:280	64:280	80:952	20,59	79,41
Viseu	27:411	–	27:411	–	89:580	89:580	116:991	23,43	76,57
Totais	40.658:677	4.339:155	44.997:832	114.081:350	15.844:579	129.925:929	174.923:761	25,72	74,28
Percent. parciais	90,36	9,64	100,00	87,80	12,20	100,00	–	–	–
Percent. totais	23,24	2,48	25,72	65,22	9,06	74,28	100,00	–	–

3) Produção de energia eléctrica nas centrais alimentando rêdes de serviço público e tracção, em 1931

Emprêsas	kWh
Companhia Reünidas Gás e Electricidade	66.449:950
Electra del Lima e União Eléctrica Portuguesa	51.106:327
Companhia Carris de Ferro de Lisboa	24.797:220
Companhia Carris de Ferro do Pôrto	18.181:006
Companhia Hidro-Eléctrica do Varosa	14.399:400
Emprêsa Hidro-Eléctrica da Serra da Estrela, Limitada	13.617:270
Société des Mines de Borralha	9.130:301
Hidro-Eléctrica Alto Alentejo	3.143:711
Emprêsa Hidro-Eléctrica do Coura	1.292:720
Emprêsa Hidro-Eléctrica do Corvete	1.127:372
Sociedade Industrial de Vila Franca, Limitada	877:000
Sociedade de Electricidade de Norte de Portugal	559:445
Outras emprêsas	14.624:812
Total	219.306:534

4) Aumento da produção de energia eléctrica em 1931, em percentagem da produção de 1930

	Hidráulicas	Térmicas	Total
Centrais de serviço público	+ 4,40	+ 9,25	+ 7,32
Centrais de serviço particular	— 0,71	— 15,13	— 12,99
Total	+ 3,93	+ 2,47	+ 2,97

ADMINISTRAÇÃO GERAL DOS SERVIÇOS

HIDRAULICOS E ECLÉCTRICOS

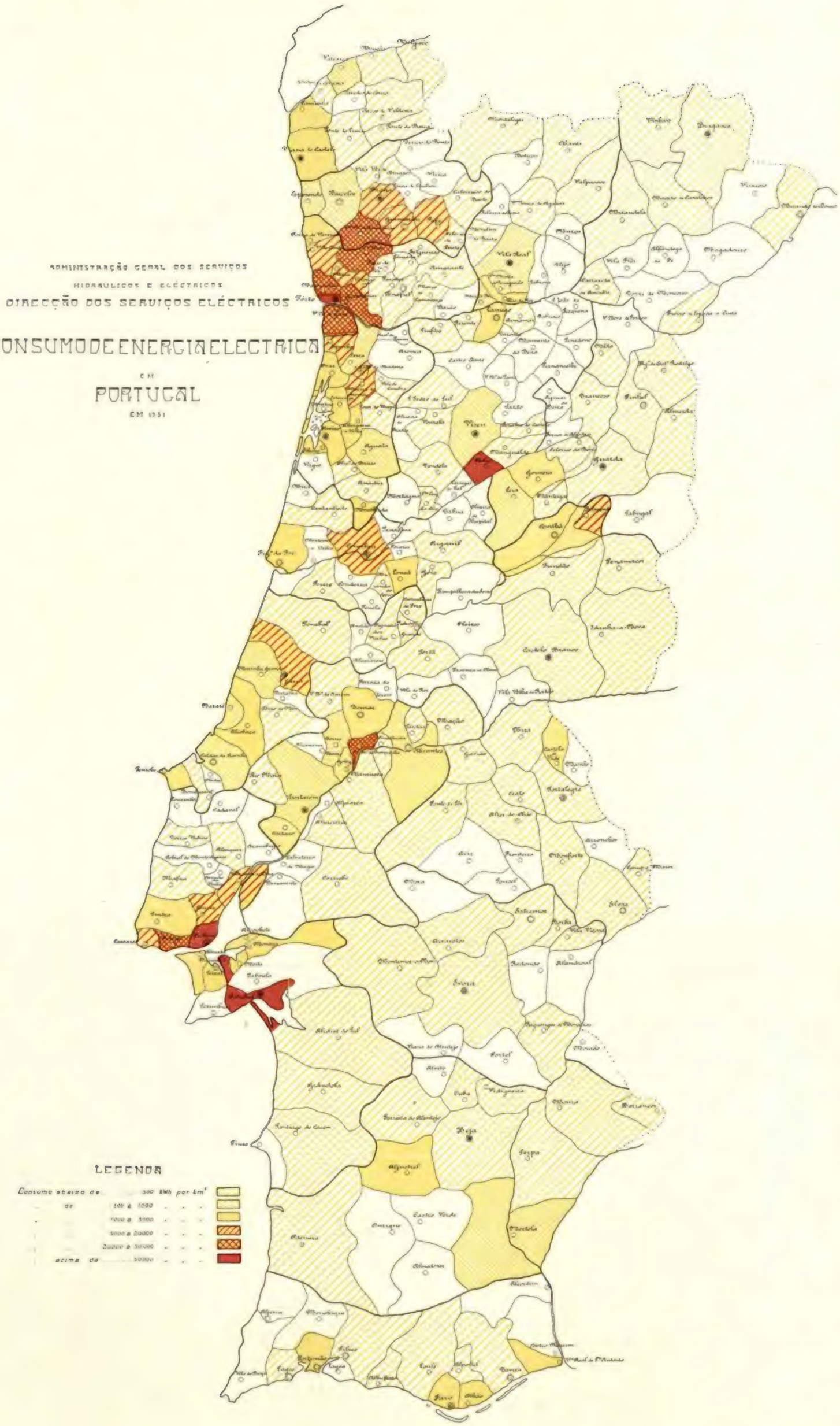
DIRECÇÃO DOS SERVIÇOS ECLÉCTRICOS

CONSUMO DE ENERGIA ELECTRICA

EM

PORTUGAL

EM 1931



ADMINISTRAÇÃO GERAL DOS SERVIÇOS
HIDRÁULICOS E ECLÉCTRICOS
DIRECÇÃO DOS SERVIÇOS ELÉCTRICOS

LINHAS DE ALTA TENSÃO EM PORTUGAL

EM 1951

C) Consumo

1) Consumo de energia eléctrica em 1931

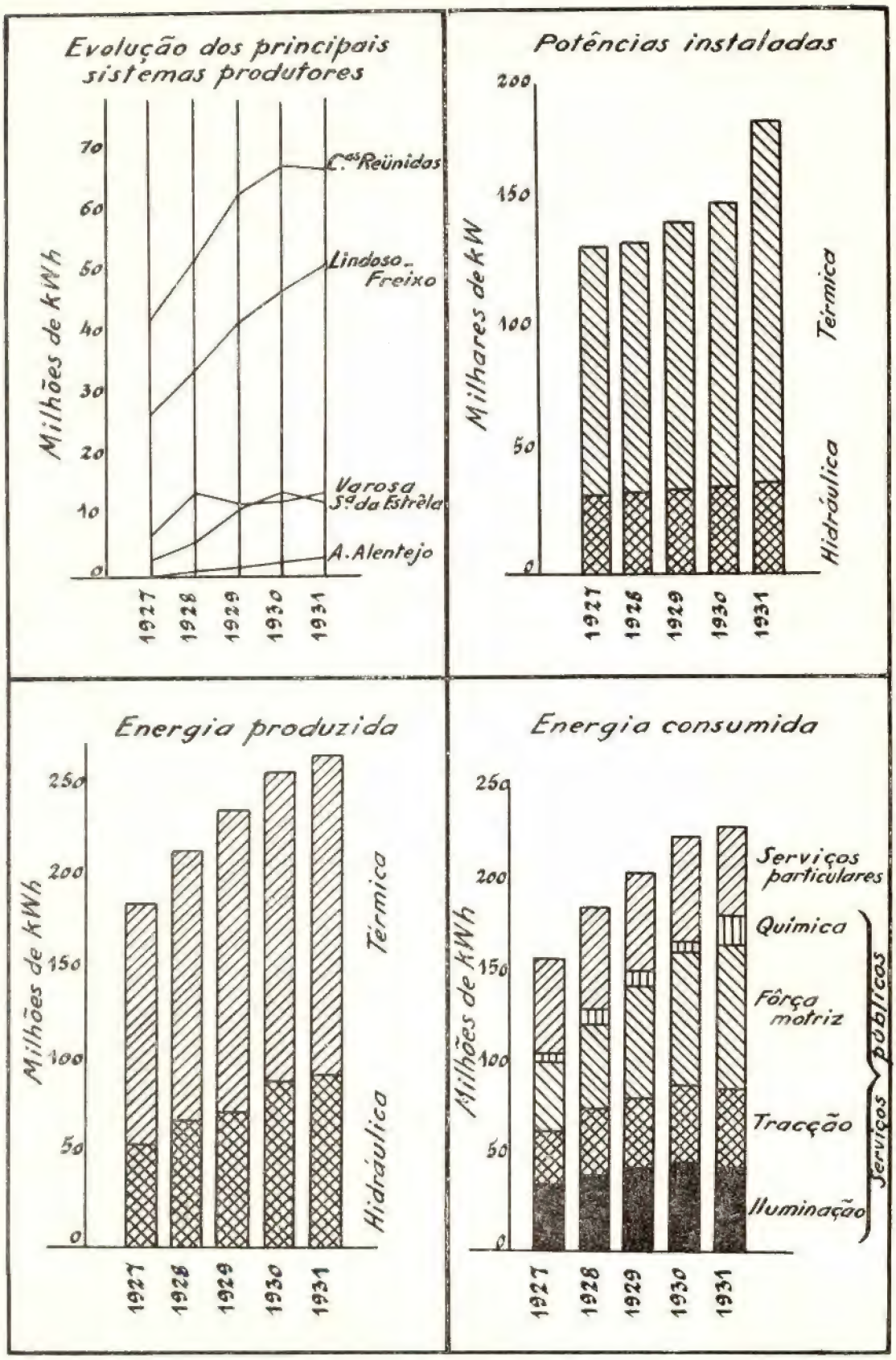
Distritos	Consumidores alimentados por uma distribuïção de serviço público						Consumidores alimentados por centrais de serviço particular kWh	Total geral kWh
	Clientes ligados à rêde kWh	Iluminação pública e particular kWh	Tracção kWh	Fôrça motriz kWh	Indústria química kWh	Total kWh		
Aveiro	5:937	1.029:490	—	1.358:347	—	2.387:837	1.939:920	4.327:757
Beja	2:824	557:279	—	270:692	—	827:971	2.292:482	3.120:453
Braga	8:047	2.255:872	587:570	5.322:334	—	8.166:276	5.110:835	13.277:111
Bragança	944	145:393	—	—	—	145:393	65:750	211:143
Castelo Branco	2:408	552:688	—	2.120:277	—	2.672:965	1.026:200	3.699:165
Çoimbra	9:306	1.990:746	1.460:400	1.629:033	—	5.080:179	768:249	5.848:428
Évora	4:025	849:756	—	250:237	—	1.099:993	174:052	1.274:045
Faro	6:111	1.278:422	—	331:258	—	1.609:680	649:358	2.259:038
Guarda	4:402	844:084	—	679:893	—	1.523:977	404:552	1.928:529
Leiria	4:044	833:952	—	47:077	—	881:029	9.532:826	10.413:855
Lisboa	84:041	18.792:848	26.375:941	34.412:281	—	79.581:070	8.149:608	87.730:678
Portalegre	5:007	594:547	—	244:759	—	839:306	90:950	930:256
Pôrto	42:916	10.608:834	15.296:096	25.662:541	—	51.567:471	8.038:263	59.605:734
Santarém	5:434	1.384:859	—	2.429:770	—	3.814:629	350:040	4.164:669
Setúbal	3:374	1.110:423	—	1.066:940	7.410:900	9.588:263	9.586:738	19.175:001
Viana do Castelo	4:132	745:335	—	647:541	—	1.392:876	—	1.392:876
Vila Real	3:291	857:669	—	43:600	—	901:269	236:672	1.137:941
Viseu	2:986	937:582	—	165:072	7.927:450	9.030:104	61:000	9.091:104
Total	198:229	45.369:779	43.720:007	76.682:152	15.338:350	181.110:288	48.477:495	229.587:783

2) Consumos específicos médios

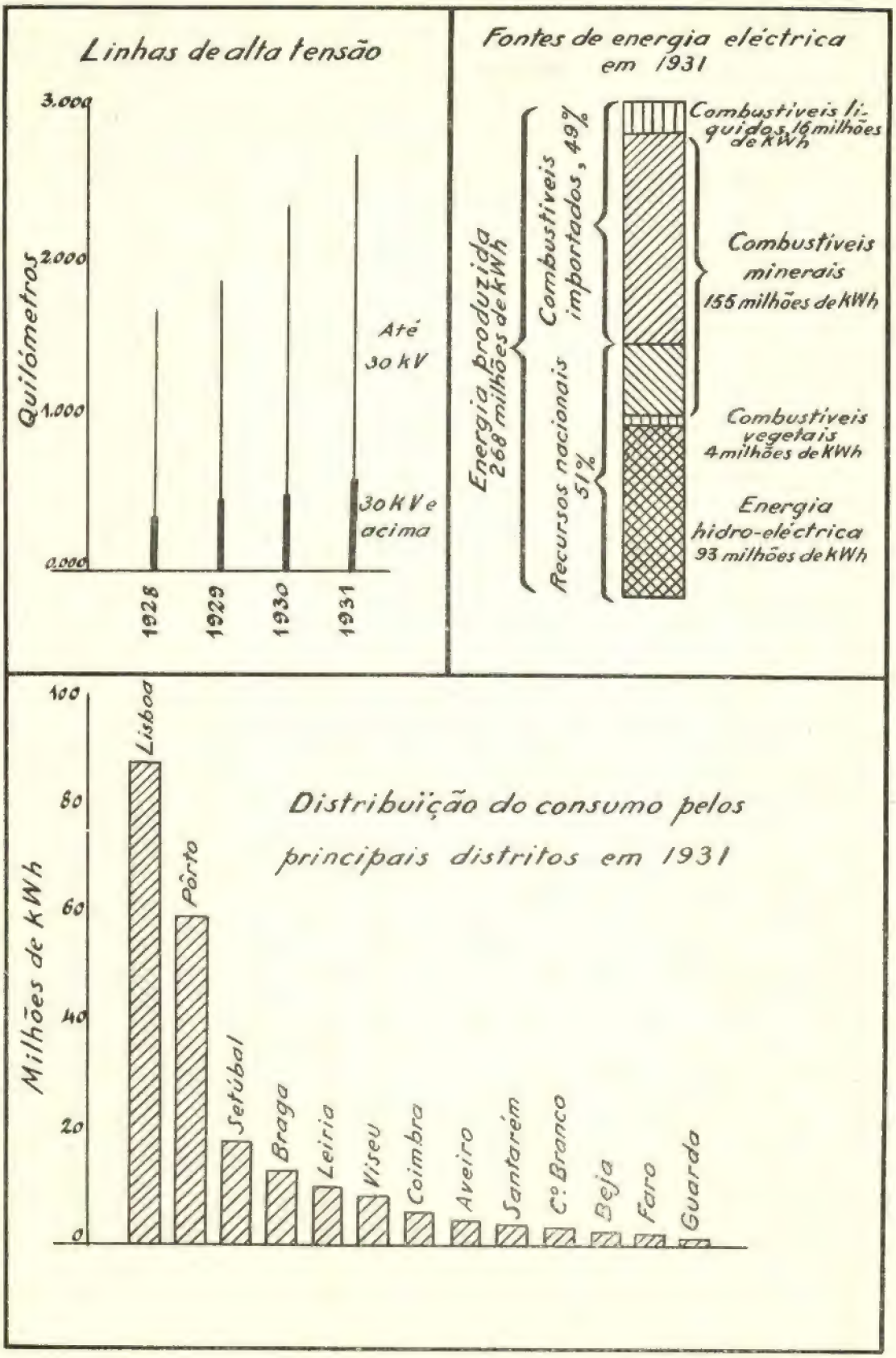
Distritos	Superfície — Quilómetros quadrados	População		Energia distribuída pelas rêdes de serviço público			Consumo total, incluindo as instalações de serviço particular		
		De facto (a)	Servida (b)	Por quilómetro quadrado kWh×1.000	Por habitante De facto kWh	Por habitante Servido kWh	Por quilómetro quadrado kWh×1.000	Por habitante De facto kWh	Por habitante Servido kWh
Aveiro	2:772	365:073	320:899	0,9	6,5	7,4	1,6	11,8	13,5
Beja	10:279	235:943	193:861	0,1	3,5	4,3	0,3	13,2	16,1
Braga	2:730	399:342	357:222	3,0	20,4	22,9	4,9	33,2	37,2
Bragança	6:543	181:179	119:516	0,02	0,8	1,2	0,03	1,2	1,8
Castelo Branco	6:704	256:696	214:141	0,4	10,4	12,5	0,6	14,4	17,3
Çoimbra	3:956	370:664	233:953	1,3	13,7	21,7	1,5	15,8	25,0
Évora	7:388	177:489	125:626	0,1	6,2	8,8	0,2	7,2	10,1
Faro	5:072	292:634	234:980	0,3	5,5	6,8	0,4	7,7	9,6
Guarda	5:496	256:425	190:116	0,3	5,9	8,0	0,3	7,5	10,1
Leiria	3:435	310:664	261:840	0,3	2,8	3,4	3,0	33,5	39,8
Lisboa	2:747	896:312	836:723	29,0	88,8	95,1	31,9	97,9	104,8
Portalegre	6:133	162:588	128:285	0,1	5,2	6,5	0,1	5,7	7,2
Pôrto	2:282	796:188	769:386	22,6	64,8	67,0	26,1	74,9	77,5
Santarém	6:689	368:610	314:692	0,6	10,3	12,1	0,6	11,3	13,2
Setúbal	5:105	229:028	190:324	1,9	41,9	50,4	3,8	83,7	100,7
Viana do Castelo	2:108	223:142	209:963	0,7	6,2	6,6	0,7	6,2	6,6
Vila Real	4:238	253:959	193:723	0,2	3,5	4,6	0,3	4,5	5,9
Vizeu	5:005	415:063	280:103	1,8	21,8	32,2	1,8	21,9	32,5
Total	88:683	6.190:199	5.175:353	2,0	29,3	35,0	2,6	37,1	44,4

(a) Pelo censo de 1930.
(b) População dos concelhos onde existem rêdes públicas de distribuïção.

GRÁFICOS ESTATÍSTICOS



GRÁFICOS ESTATÍSTICOS



3) Número de horas de utilização da potência instalada, em 1931

	Serviço público	Serviço particular	Total	Total geral
Centrais hidro-eléctricas	2:678	1:374	2:471	1:448
Centrais termo-eléctricas	1:275	966	1:187	

4) Repartição do consumo de energia eléctrica em 1928, 1929, 1930 e 1931, em percentagem do consumo total

(Instalações de serviço público)

	1928	1929	1930	1931
Iluminação	30,29	28,94	27,43	25,05
Tracção	28,68	26,69	25,67	24,14
Fôrça motriz	33,97	39,43	42,22	42,34
Indústria electro-química	7,06	4,94	4,68	8,47

5) Consumo de energia eléctrica nas cidades de Lisboa e Pôrto, em 1931

	SERVIÇO PÚBLICO					Serviço particular	Total geral
	Iluminação pública kWh	Iluminação particular kWh	Tracção kWh	Fôrça motriz kWh	Total kWh	kWh	kWh
Lisboa	4.532:483	11.847:323	(b) 26.187:340	30.953:275	73.520:421	6.494:725	80.015:146
Pôrto	2.489:814	5.196:641	15.296:096	(a) 11.378:719	34.361:270	1.733:060	36.094:330

(a) Incluída a energia fornecida directamente em A. T. aos consumidores, pela União Eléctrica Portuguesa.
(b) Incluída a energia consumida na linha férrea Lisboa-Cascais.

6) Consumos específicos (kWh por habitante) nas cidades de Lisboa e Pôrto, em 1931

	População (a)	DISTRIBUIÇÃO PÚBLICA DE ENERGIA					Consumidores alimentados por centrais próprias (b)	Total geral
		Iluminação pública	Iluminação particular	Tracção	Fôrça motriz	Total		
Lisboa	587:334	7,72	20,17	44,59	52,70	125,18	11,05	136,23
Pôrto	224:959	11,07	23,10	67,99	50,58	152,74	7,70	160,44

(a) Censo de 1930.
(b) O consumo é na sua quási totalidade para fôrça motriz.

D) Distribuïção

1) Linhas de alta tensão

Tensão em kilovolts	COMPRIMENTO DAS LINHAS, EM QUILÓMETROS						
	AÉREAS					Subterrâneas	Total gera
	Com postes de				Total		
	Ferro	Cimento	Madeira	Mistos			
2	–	–	9,800	4,300	14,100	2,340	16,440
3	6,800	29,850	25,450	6,460	68,560	117,465	186,025
4	11,950	0,700	13,300	–	25,950	1,300	27,250
5	29,344	1,000	50,465	122,782	203,591	20,593	224,184
6	28,260	83,000	86,742	42,500	240,502	97,369	337,871
7	–	–	57,149	–	57,149	153,740	210,889
10	23,576	13,600	38,200	–	75,376	–	75,376
12	40,300	–	–	7,200	47,500	–	47,500
12,5	–	–	–	48,000	48,000	–	48,000
13	80,500	12,000	23,000	–	115,500	–	115,500
15	576,431	–	67,725	170,624	814,780	0,950	815,730
30	183,067	1,000	–	–	184,067	11,000	195,067
40	116,690	–	–	0,350	117,040	–	117,040
60	110,100	–	–	–	110,100	–	110,100
65	–	–	–	85,200	85,200	–	85,200
75	87,000	–	–	–	87,000	–	87,000
Total	1.294,018	141,150	371:831	487,416	2:294,415	404,757	2:699,172

A locomotiva e a orientação moderna da sua construção

A fôrça de tracção e velocidade de marcha da primeira locomotiva, construída há um século por George Stephenson, eram, comparadas com as qualidades das locomotivas modernas, muito pequenas. Com a expansão da indústria, do comércio e do tráfego aumentaram as exigências e criou-se a técnica de construir locomotivas sempre maiores e mais aperfeiçoadas. Eis a razão porque a locomotiva a vapor no decorrer do tempo chegou a um grau de grande perfeição, de maneira a ser ela ainda hoje, em geral, o meio de tracção preferido, excepto nos países onde por condições especiais a electrificação dos caminhos de ferro é extraordinàriamente favorecida.

Em outros países que não dispõem de energia eléctrica suficientemente barata, a locomotiva eléctrica tem um emprêgo bastante limitado e é só usada com vantagem em linhas de pouco comprimento e de grande movimento, como nos arredores das capitais, em cujas linhas de caminhos de ferro os combóios se seguem uns aos outros quási sem intervalos. Para um tráfego tão denso a locomotiva eléctrica tem grande utilidade quer sob o aspecto de rendimento quer sob o aspecto económico e não tem de receiar a concorrência de locomotivas movidas por qualquer outro sistema.

A introdução do sistema eléctrico em linhas principais, para grandes distâncias e em regiões com elevado prêço de energia eléctrica, deixa-nos duvidar que o emprêgo das locomotivas eléctricas seja económico em comparação com as locomotivas a vapor e as locomotivas mais recentes, movidas por motores Diesel. Porém, deve-se notar que a concorrência da locomotiva eléctrica contribuiu bastante para o aperfeiçoamento dos outros tipos de locomotivas, conseguindo-se aumentar extraordinàriamente a sua eficiência em proi das Companhias dos Caminhos de Ferro e do público.

Como rival mais perigoso da locomotiva a vapor deve ser considerada hoje e para o futuro a locomotiva accionada por motor Diesel.

O emprêgo sempre mais crescente dos veículos de estradas, movidos por motores, indicou o aproveitamento do motor de combustão interna, especialmente do motor a óleos pesados, para o serviço das linhas férreas. Locomotivas com motores de pequena potência e velocidade moderada já se empregam há mais de 25 anos, embora sòmente no transporte de cargas reduzidas. Porém a solução do problema do aproveitamento económico do motor Diesel para o accionamento dos meios de tracção em linhas de grande extensão encontrou as mais diversas dificuldades.

Em 1913 terminou a Alemanha a construção da primeira locomotiva grande, com motor Diesel.

A principal desvantagem desta máquina era o acoplamento directo do motor com os eixos de accionamento. Pela transmissão directa da potência do motor não havia a possibilidade de pôr em harmonia a locomotiva com as diferentes condições de serviço dos caminhos de ferro.

Apesar dêste insucesso, o primeiro ensaio foi um grande passo para a frente e deu ensejo ao aperfeiçoamento da moderna locomotiva Diesel.

Os resultados tirados do primeiro ensaio mostraram a necessidade das seguintes modificações:

1) obter a fôrça necessária para vencer o atrito do movimento inicial.

2) pôr em marcha o motor Diesel sem que êste esteja acoplado aos eixos de accionamento.

3) intercalar um meio de transmissão da fôrça entre o motor e eixos de accionamento, que tenha a necessária elasticidade e ofereça a possibilidade de andar com várias velocidades de marcha como é exigido pelo serviço dos caminhos de ferro.

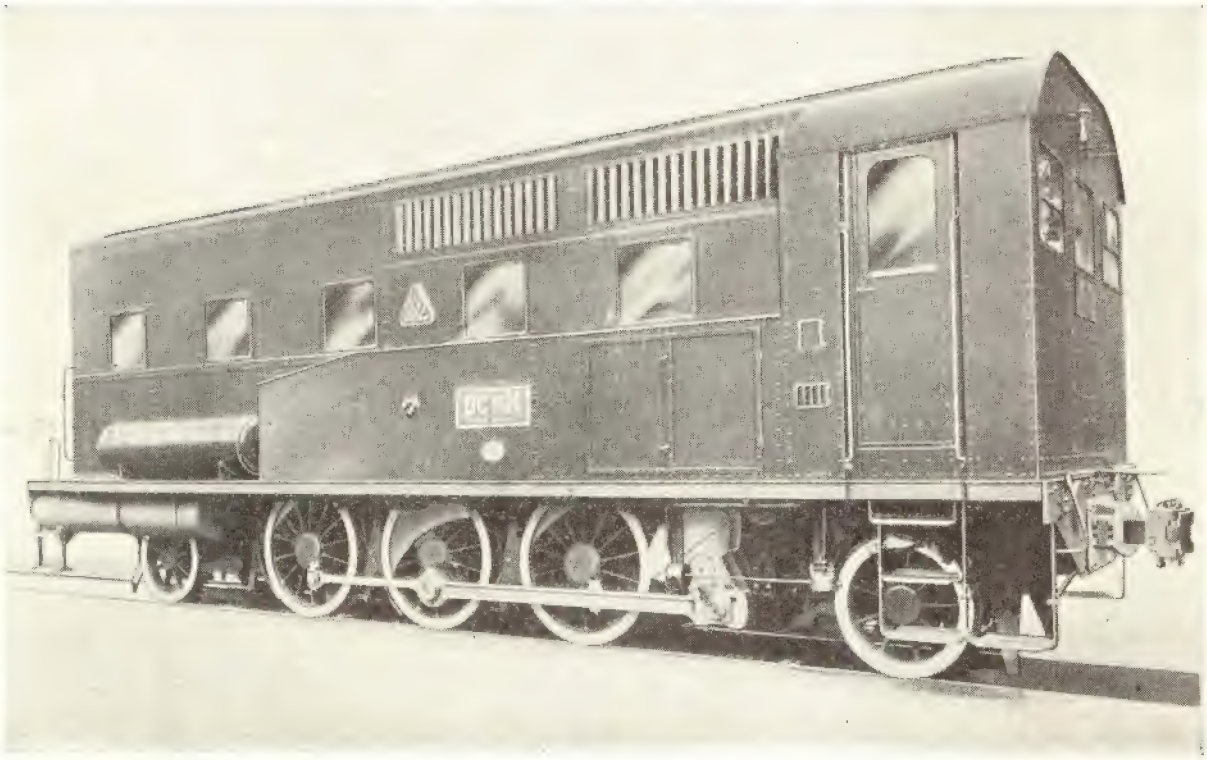


Figura 1 — Locomotiva Diesel do tipo 1 C 1 com engrenagem, em serviço nos Caminhos de Ferro do Estado do Japão. Pêso completo em serviço 66.500 kgs. Velocidades 10, 25 e 60 kms./hora. Fôrça de tracção 12.000 kgs.

Baseado nas experiências colhidas durante êste espaço de tempo, crescia sempre mais o número das construções de locomotivas Diesel e actualmente encontra-se já em serviço um número elevado de locomotivas Diesel, com engrenagens, e locomotivas Diesel-eléctricas em vários estados da Europa e fora dela. Oferece-se pois a ocasião de estabelecer um confronto

definitivo em relação às vantagens dos dois sistemas, isto é, comparar os rendimentos e os consumos da locomotiva Diesel e da locomotiva a vapor.

Um exame detalhado das qualidades mais importantes dêstes dois meios de locomoção, é necessário para a compreensão do que se segue.

O calor produzido pela combustão na locomotiva a vapor é transmitido à água da caldeira pela superfície de aquecimento. O vapor fornece a energia que se transforma em trabalho nos cilindros. Pelos tirantes é o trabalho transmitido às rodas, imprimindo assim o movimento ao combóio. O rendimento da locomotiva a vapor é portanto dependente da capacidade de vaporização da caldeira, função das superfícies de grelha e de aquecimento. As vantagens essenciais da locomotiva a vapor são as seguintes: possibilidades de sobrecarregar bastante a caldeira, regulação simples, simplicidade de construção, emprêgo de combustíveis muito diferentes, como carvão de pedra, lenhite, carvão em pó, lenha, nafta, e todos os óleos combustíveis. Além disso a locomotiva a vapor pode ser construída para todos os fins e em todos os tamanhos.

Em virtude das múltiplas qualidades que a locomotiva a vapor possui, em geral não se dá grande importância aos inconvenientes resultantes da caldeira, como sejam dependência das estações de água, dificuldades pelo emprêgo de água imprópria para a alimentação, manutenção constante do fogo, limpeza regular da caldeira, etc.

Na locomotiva Diesel é o motor que produz a energia precisa para a locomoção. Como combustível serve em primeiro lugar o gazoil; porém podem ser usados também os assim chamados óleos pesados.

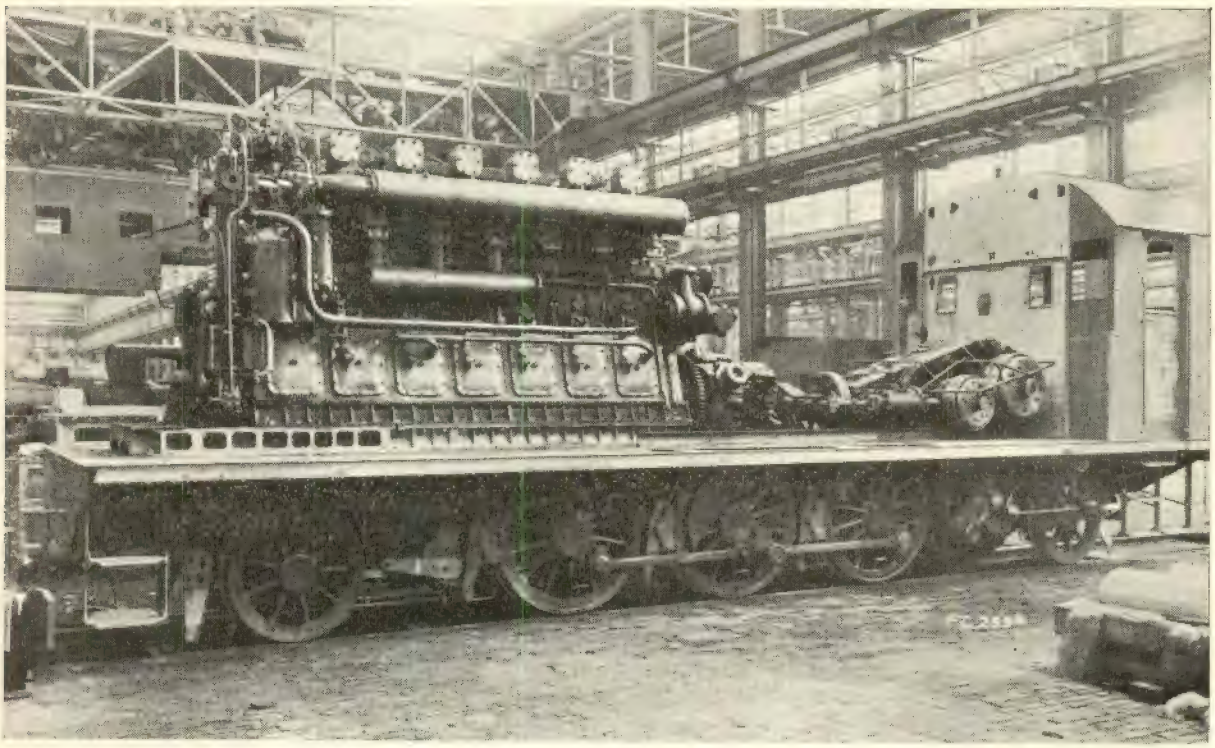


Figura 2 — A mesma locomotiva da figura 1, durante a sua construção nas oficinas da casa Krupp. A figura deixa ver a disposição do motor, acoplamento hidráulico e engrenagem. — O motor é de 6 cilindros, 4 tempos e desenvolve 600 HP a 540 r. p. m.

No motor Diesel, o combustível injectado no estado líquido é transformado directamente em trabalho no cilindro, sem necessitar dum processo preliminar de transformação; desaparece assim a dupla modificação da energia como acontece com a máquina a vapor ou a turbina a vapor. Os cilindros do motor são primeiramente cheios de ar fresco que é comprimido e aque-

cido a alta pressão. O combustível injectado inflama-se imediatamente, e origina o tempo de trabalho do êmbolo pela expansão dos gases da combustão.

O emprêgo do motor Diesel no serviço dos caminhos de ferro exige construções especiais. A altura da locomotiva é limitada pelo gabarit da via e é necessário adaptar as dimensões às circunstâncias, sem impedir o fácil acesso às válvulas e elementos de comando que se encontram nas cabeças dos cilindros.

As principais condições que o serviço dos caminhos de ferro exige das locomotivas Diesel, são: pêso reduzido, perfeito equilíbrio das massas rotativas, boa combustão sem desenvolvimento de fumo, escape silencioso e marcha igual sem trepidações. O estado actual da construção de motores Diesel permite cumprir perfeitamente tôdas estas exigências.

As ilustrações seguintes mostram algumas locomotivas Diesel com diferentes potências, das quais a maior parte foi construída nas oficinas da casa Krupp.

Realizou-se na Rússia um concurso interessante entre duas locomotivas Diesel da mesma fôrça, das quais uma era munida de engrenagem para a transmissão da fôrça às rodas e a outra era uma locomotiva Diesel-eléctrica. A viagem era de 3100 kilómetros na linha entre Moskowo e Bacu e vice-versa. O resultado foi o seguinte: A locomotiva com engrenagem transportava um pêso maior de 5% do que a locomotiva Diesel-eléctrica e apesar disto o consumo de combustível com a velocidade igual era menor de cêrca de 10% e calculado na base de toneladas-kilómetros.

Para avaliar as qualidades dos diferentes sistemas de locomotivas tem de ser examinados os seguintes três pontos de vista: utilidade geral para o serviço dos caminhos de ferro, segurança de serviço e economia.

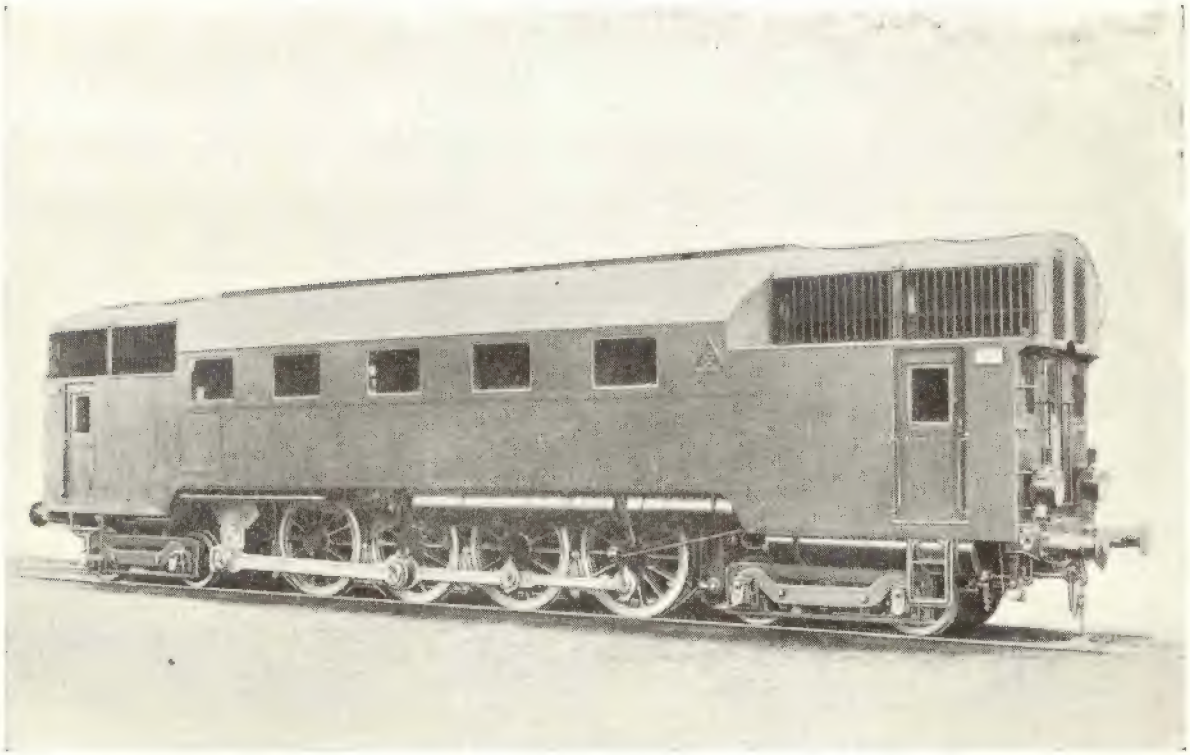


Figura 3 — Locomotiva Diesel do tipo 2 D 2 com engrenagem, potência 1.450 HP. Velocidades 14, 26, 50 e 96 kms./hora. Fôrça de tracção 22.700 kgs. Pêso completo em serviço 148.000 kgs. Destinada para combóios rápidos

Para provar a sua utilidade geral no serviço dos caminhos de ferro, uma locomotiva deve ser capaz de transportar combóios de um certo pêso a uma determinada velocidade em linhas com rampas e declives. Esta exigência subentende uma grande rapidez de adaptação da locomotiva às condições de serviço, sempre modificadas. A locomotiva a vapor possui estas

qualidades em alto grau, enquanto que ao motor Diesel falta a necessária elasticidade para corresponder à referida exigência, visto que só dispõe duma capacidade de sobrecarga relativamente pequena e a inércia rotativa fica, independentemente do número de rotações, mais ou menos constante. Para assegurar a necessária elasticidade da locomotiva Diesel torna-se preciso intercalar entre o motor e as rodas um meio elástico para a transmissão da fôrça. Isto é a diferença fundamental entre as locomotivas a vapor e com motor.

A transmissão mecânica da potência por engrenagens é já empregada há muito tempo para potências pequenas e sem dúvida é êste o sistema mais apropriado para êste caso. As experiências colhidas pela casa KRUPP na construção de locomotivas Diesel provam, porém, que é possível construir engrenagens que correspondam plenamente às exigências das locomotivas modernas com grandes potências.

Êste facto é confirmado pelo resultado dos ensaios efectuados na Rússia e que provaram

Figura 4 — Locomotiva Diesel do tipo 2 E 1 com engrenagem, empregada em combóios de mercadorias desde 1927. Com uma potência de 1200 HP desenvolve uma velocidade de 50 kms. hora. Fôrça de tracção 20.000 kgs. Pêso completo em serviço 131.000 kgs. O combustível dos dois depósitos chega para 20 horas de serviço. O pêso duma locomotiva a vapor de rendimento correspondente é de cêrca de 142.000 kgs. e a provisão de água chega apenas para 3 horas de marcha

O sistema eléctrico para a transmissão da fôrça as rodas é que mais se aproxima da locomotiva a vapor e o que maior aproveitamento deu até hoje. Porém, por outro lado, o sistema eléctrico torna a construção da locomotiva mais pesada e mais dispendiosa do que todos os outros sistemas e tem também um grau de efeito pouco favorável por causa da dupla transformação da energia produzida.

Também foram feitos ensaios com a transmissão hidráulica em locomotivas Diesel de grande potência. Estas experiências no entanto, não deram resultados satisfatórios.

que a locomotiva Diesel com engrenagem não só se comportava como a locomotiva Diesel-eléctrica, mas até ultrapassou esta em fôrça de tracção e economia de combustível.

Em muitos países da Europa, América e Ásia já estão em serviço locomotivas Diesel, dando bons resultados não só em combóios rápidos, mas também em combóios de mercadorias e no serviço de manobras.

O limite superior da potência para locomotivas a vapor é, na Europa, cêrca de 2500 HP. Porém, para locomotivas Diesel êste valor ainda não representa o máximo, pois a construção de

locomotivas a motor ainda mais potentes não oferece dificuldades algumas.

O consumo de combustível da locomotiva Diesel em condições normais de serviço e por HP importa só na sexta parte do da locomotiva a vapor. Água é sòmente precisa para a refrigeração; para grandes distâncias basta uma quantidade de combustível relativamente pequena. Os pesos mortos são, portanto, bastante diminutos, de maneira que o raio de acção das locomotivas a motor pode ser muito maior do que o das locomotivas movidas a vapor, o que é de grande importância para a travessia de vastas regiões sem água ou sem a possibilidade de abastecimento de combustível.

Como vantagens da locomotiva a motor temos ainda a rapidez de entrar em serviço, visto que não há caldeiras a aquecer, e a estrutura da via férrea ser muito melhor conservada devido à ausência das massas movidas em sentido horizontal. O escape é também isento de fumo, cheiro e faíscas, que na locomotiva a vapor tantas vezes originam incêndios.

A preferência do emprêgo da locomotiva Diesel reside no alto efeito térmico do motor Diesel e no seu reduzido consumo de combustível. As provas no banco de ensaio das fábricas e na linha de ensaio deram um grau de efeito total de 25 % a 30 %, partindo da fôrça desenvolvida no cilindro do motor até à fôrça medida ao carril. O correspondente grau de efeito de locomotivas a vapor da mais moderna construção é só de cêrca de 8 a 11 %.

Mesmo tomando em consideração que o custo do combustível, próprio para motores Diesel, seja de três vezes superior ao preço do carvão para as locomotivas a vapor, a economia ainda é bastante grande, pois, importa ainda assim em 50 %.

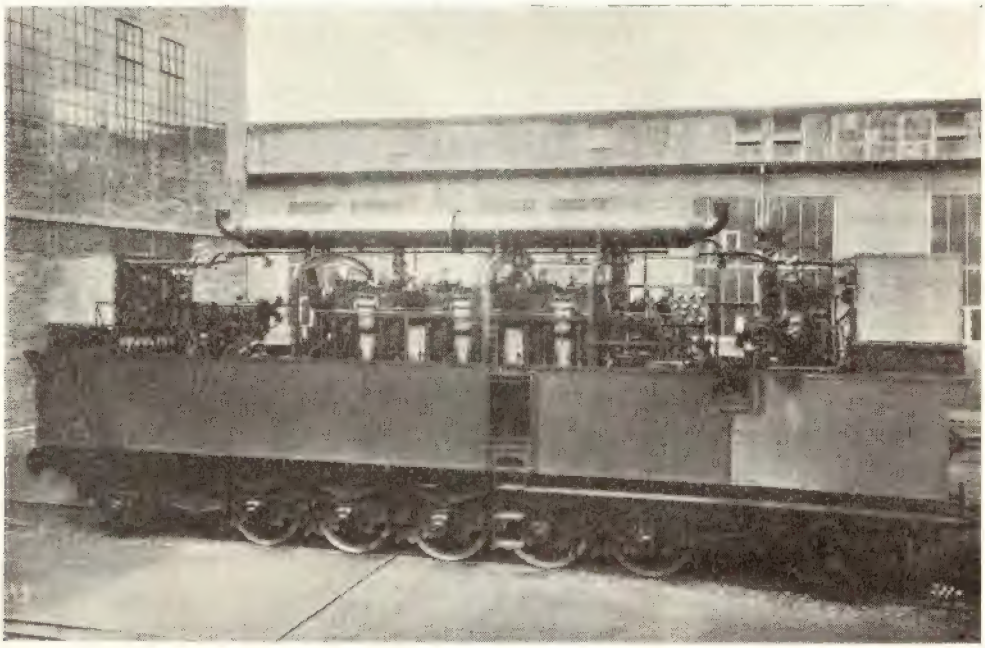


Figura 5 — Esta locomotiva, tipo 1 E 1, é também destinada ao serviço de combóios de mercadorias. O accionamento é feito por motores eléctricos que atacam directamente os eixos. O motor de 6 cilindros, 4 tempos e 1200 HP de potência está directamente acoplado a um gerador de 1000 volts. O pêso completo em serviço é 125.000 kgs. e a velocidade maior de 50 kms./hora

A tôdas as vantagens das locomotivas Diesel, contrapõe-se um grave inconveniente, que é o elevado preço de custo destas locomotivas, cujo preço é duas a três vezes o preço da locomotiva a vapor de igual potência. A duração das locomotivas a vapor e a motor Diesel é pràticamente a mesma.

Com o estado actual do desenvolvimento das locomotivas com motor Diesel, o seu emprêgo depende em grande escala duma relação favorável entre o preço do óleo e o preço do carvão.

As condições de serviço e o preço dos combustíveis são muito diferentes nas várias Companhias de Caminhos de ferro, de maneira que sem o conhecimento exacto de todos os factores considerados não é possível estabelecer um confronto seguro. Como base vemos que a locomotiva a motor Diesel em comparação com a locomotiva a vapor deu uma economia de 29 % na Rússia e até de 34 % nos Estados Unidos da América do Norte, o que faz com que o último sistema com o decorrer do tempo fique cada vez mais abolido. Nesta comparação entraram todos os factores necessários, como preço dos combustíveis e óleos de lubrificação, salários para o pessoal, gastos para a fiscalização e reparação, amortização, juros, etc.

Ao contrário do que acontece com a locomotiva a vapor, as possibilidades de progressos importantes no desenvolvimento das locomotivas Diesel ainda não estão esgotadas e os aperfeiçoamentos possíveis consistem por enquanto na obtenção duma redução do custo de produção pela simplificação do motor e dos meios de transmissão da fôrça. Quais devem ser as modificações da construção e quais os melhoramentos a introduzir não se pode dizer desde já, mas várias experiências novas, embora não concluídas, deixam esperar que a locomotiva a motor tenha um grande futuro, pois ela pode vencer a locomotiva a vapor, e também as locomotivas eléctricas, cujas vantagens possui, mas cuja grande desvantagem, a existência do condutor eléctrico, evita. Pelo facto de serem supérfluas centrais eléctricas, condutores de energia eléctrica, estações de transformadores da corrente etc., os gastos das linhas férreas servidas por locomotivas com motores a óleos pesados são, em condições normais menores que a metade dos existentes empregando locomotivas eléctricas.

(Extrato dum discurso feito em Londres no «The Locomotive and Carriage Institution»).

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

(Livros recebidos)

Os programas e o ensino da matemática nos liceus

Conferência realizada no Liceu Normal de Lisboa pelo Dr. **Ferreira de Macedo**

Êste trabalho do Sr. Dr. Ferreira de Macedo, tão interessante sob todos os aspectos, é indiscutivelmente de uma grande oportunidade.

Com efeito, numa época em que tanto se tem reformado o ensino e modificado os seus métodos, em que no decorrer dos seus cursos os alunos são sujeitos aos mais variados regimes de estudo, o ilustre professor — espírito de educador e profundo conhecedor da questão social do momento — veio indicar as directrizes a seguir no ensino das matemáticas nos liceus.

Encarando êste problema sob os dois aspectos que reveste, — a aquisição de conhecimentos matemáticos e o desenvolvimento intelectual — faz o Sr. Dr. Ferreira de Macedo justos e oportunos reparos acêrca dos programas de matemática e da forma como são executados. O estudo da geometria sintética merece-lhe uma especial e demorada atenção porque, como muito bem diz o autor, *«a geometria convenientemente ensinada, contribui poderosamente para o desenvolvimento da inteligência, do espírito de iniciativa e de descoberta, e do espírito crítico»*.

A verdade desta afirmação é certamente evidente para todos aqueles que alguma vez foram levados, por necessidade ou por gôsto, a estudar um tão interessante ramo das matemáticas, mas o que é certo é que nos liceus pouco ou nenhum caso se faz da geometria pura. É contra êste facto que o Sr. Dr. Ferreira de Macedo dirige a sua acusação. ¿Qual a razão porque se não faz nos liceus um estudo consciencioso e metódico da geometria? ¿Será por não chegar o tempo ou por estarem muito sobrecarregados os programas? Talvez, mas também porque os professores descuram êste ensino.

E o conferente indica ao Liceu Normal o caminho a seguir na preparação dos professores, indica as modificações a fazer nos programas, aconselhando os cortes indispensáveis, de forma a ficar o tempo suficiente para o ensino da geometria.

Um outro assunto que o Sr. Dr. Ferreira de Macedo não deixou no esquecimento foi o da resolução de problemas.

Geralmente são apresentados aos alunos os chamados problemas *de simples receita*, isto é, aqueles para cuja resolução basta a aplicação de uma ou mais fórmulas, que geralmente se sabem de cor. Mas o que é certo é que todos os que utilizam a matemática como instrumento de trabalho precisam de saber primeiro estabelecer as fórmulas para depois as poderem aplicar. Será portanto absolutamente indispensável que se habituem os alunos, logo de princípio, a saber encarar os problemas, descortinando, com a possível facilidade, a forma de os resolver. É isto que preconiza o Sr. Dr. Ferreira de Macedo e é isto que se nos afigura necessário pois que nós, como todos os que já passaram pelo liceu, sentimos os graves inconvenientes da falta de iniciativa científica.

J. A. Queiroz de Barros
(Quartanista de Matemática)

Instituto Superior de Agronomia

Subsídios Bibliográficos

Artigos dos professores do I. S. A. publicados em jornais e revistas existentes na biblioteca do Instituto. — Lisboa 1932.

A vida e a obra de Evaristo Galois

Conferência realizada na Associação Académica do I. S. C. E. F. pelo Prof. Dr. **Bento de Jesus Caraça**

Clareza, elegância, sentimento, perfeição de estilo são as qualidades que se nos afiguram primaciais neste pequeno opúsculo. Nele se encontram não só os traços essenciais da vida de Galois, como se vê, embora resumidamente, a vastidão e a fecundidade da sua obra. Galois foi um perseguido, porque era superior, porque era, no dizer do Dr. Bento Caraça, um águia, forte mas desgraçada!

Ler êste opúsculo é ter conhecimento da vida torturada de um dos mais célebres matemáticos, e ver as injustiças da sociedade.

DO MUNDO TÉCNICO

Estradas de algodão — A estrada encontrava-se em mísero estado, tantos eram os buracos, que a sua reparação não podia ser adiada.

Em seguida, examinando a estrada, o Sr. Moorefield observou que em vários pontos as suas margens estavam em boas condições, e depois de bem observar, constatou que nesses pontos haviam caído na lama alguns sacos velhos. Sem dúvida eram os sacos caídos de alguns dos carros de negros que haviam conservado extraordinàriamente aqueles pontos da estrada.

Parecia impossível que sacos velhos pudessem proteger as estradas contra as rodas de ferro dos carros. O Sr. Moorefield estudou minuciosamente o caso, mas não encontrando outra explicação da conservação das margens, resolveu fazer algumas experiências.

. . . . . .

O Sr. Moorefield viu-se impedido de fazer experiências de maior importância e a Estrada 176 U. S. foi concertada pelo método antigo. Mas o Sr. Moorefield não era homem que perdesse tão fàcilmente a coragem. Procurou os mais interessados na indústria de algodão, que, influenciados com as suas sugestões, resolveram proteger, as suas expensas, as margens da estrada com algodão asfaltado. Colocaram uma passadeira de algodão levíssimo, pesando 130 gramas por jarda quadrada (90×90 cm) que foi assentada com asfalto e uma camada fina de saibro. Era o bastante, e se podia levantar as margens com as mãos, como se fôsse um tapete.

. . . . . .

Porém adicionado de algodão o cascalho permanece sôbre o leito da estrada evitando assim os deslisamentos dos veículos e opondo-se à formação de buracos.

Muitas estradas de algodão, com circulação diária de 2.000 veículos já estão em serviço há 3, 4 e 5 anos sem terem sido concertadas.

(Revista da Directoria de Engenharia — Outubro 1932).

A estatística como factor predominante de administração pelo *Eng. Horácio Costa* — «O maior factor, o primordial com que vencer a crise actual é, no meu modo de ver, baseado no método e coordenação de esforços.

A organização de uma emprêsa tem carácter diverso e essencialmente diferente de um encaminhamento de negócios. Depende de educação psicológica, de circunstâncias ocasionais e, sobretudo, de um temperamento especial de quem a executa, para evitar modificações bruscas na orientação seguida e surpresas que venham em sua marcha perturbar os resultados naturalmente desejados.

O sucesso de uma emprêsa, dizia Henri Fayol, engenheiro francês e grande administrador, depende de uma condição essencial: ter sob as vistas a situação financeira da emprêsa ou indústria que se dirige».

(Boletim do Instituto de Engenharia — Junho 1932).

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Revista Brasileira de Engenharia, Outubro de 1932.

Boletim do Instituto de Engenharia, Junho de 1932.

Revista da Directoria de Engenharia, Outubro de 1932.

Egatêa — Revista da Universidade Técnica do Rio Grande do Sul, N.os 4-5.

Revista da Associação dos Engenheiros Civis Portugueses, Novembro de 1932.

Revista de Obras Públicas, 1 e 15 de Novembro de 1932.

Cemento, Novembro de 1932.

Revista del Centro de Estudiantes de Ingenieria de Buenos Ayres, Setembro de 1932.

El Progreso de Ingenieria, Novembro de 1932.

Indústria Portuguesa, Outubro e Novembro de 1932.

Revista Portuguesa de Comunicações, Novembro de 1932.

Ciência e Indústria, Novembro de 1932.

Revista Portuguesa de Importação e Exportação, N.º 8.

Rádio-Ciência, Novembro e Dezembro de 1932.

Anais do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras, Vol. V, fasc. I.

Anais do Club Militar Naval, Maio e Junho de 1932.

Agros, Maio e Junho de 1932.

Revista de Artilharia, Outubro de 1932.

O Instituto, Vol. 13 e n.º 3.

O Soldador-Cortador, Setembro e Outubro de 1932.

Gazeta dos Caminhos de Ferro, 1 e 16 de Novembro de 1932.

Revue Skoda, Julho e Agôsto de 1932.

Seara Nova, N.os 317, 318, 319 e 320.

Ilustração Colonial, N.º 3,

Brotéria, Novembro e Dezembro de 1932.

«A E G al Dia», N.º 4-A de 1932.

Gil Vicente, N.os 9 e 10.

Portucale, Setembro e Outubro de 1932.

Estudos Portngueses, Fasc. VII.

Diário da Noite — Diário da Manhã — República — A Voz — Liberdade — Província de Angola — Correio do Sul.

OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

Instituto Superior Técnico

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de **Carpintaria de Molde**, de **Instrumentos de precisão** e de **Electrotecnia**, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico

Nos laboratórios de **Química analítica**, **Física industrial** e **de mineralogia** executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

Trabalhos Hidráulicos

Captagens de água subterrânea
Fundações em terreno aquíferos
Sondagens e Poços artezianos

Engenheiro Civil I. S. T.

RICARDO E. TEIXEIRA DUARTE

Especialista com longa prática

R. AUGUSTA, 208, 4.º (Elevador)

Telefone 2 3962

LISBOA

CAL HIDRAULICA

«MARTINGANÇA»

Eminentemente hidráulica

EMPREZA DE CIMENTOS DE MACEIRA, L.DA

FABRICA — em Maceira — MARTINGANÇA

ESCRITÓRIO

Rua dos Sapateiros, 86-1.º — LISBOA

Telef. 2 2407

CIMENTO LIZ
CIMENTO EXTRA-BRANCO
CIMENTO FUNDIDO
CIMENTO RAPIDO

QUALITAS
A M

AGUIAR & MELLO
LDA.
R. AUREA — 87
LISBOA

FIBRO-CIMENTO
IMPERMEABILISADORES PARA CIMENTO
TINTAS PARA CIMENTO
ENDURECEDORES PARA CIMENTO

DEPOSITÁRIOS DE

EVERSEAL

COMPOSTO DE ASFALTO E AMIANTO

Para impermeabilização integrante a frio

AGUIAR & MELLO, L.DA

MARCAS E PATENTES

Para a sua obtenção em Espanha e na Repartiçoo Internacional de Berne (Suíça)

DIRIGIR-SE A

THE UNION

Agência fundada em 1916

DIRECTOR GERENTE:

D. Rodolfo de La Torre Roselló

Professor Comercial e Agente Oficial da Propriedade Industrial

MADRID (Espanha)

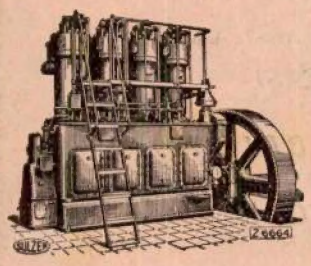
BARQUILLO, 18

Telefone 19329

Apartado 137

Se deseja vender ou comprar em em Espanha, anuncie na Revista **"THE UNION"**. Cada número constitui o mais vasto e útil reportório dos Importadores e Exportadores Espanhóis. — (Solicite um exemplar que o enviaremos grátis)

"SULZER"



Motores «Diesel» terrestres e marítimos, até 10800 cv.

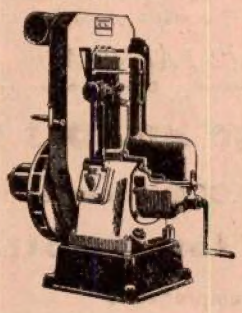
Bombas centrifugas para todos os débitos

Instalações frigoríficas

«CONORD»

Motores a gasolina e petróleo

Utilisados com o melhor resultado, no acionamento de bombas, misturadores de beton, britadeiras e outras máquinas empregadas em trabalhos públicos



CASA CAPUCHO

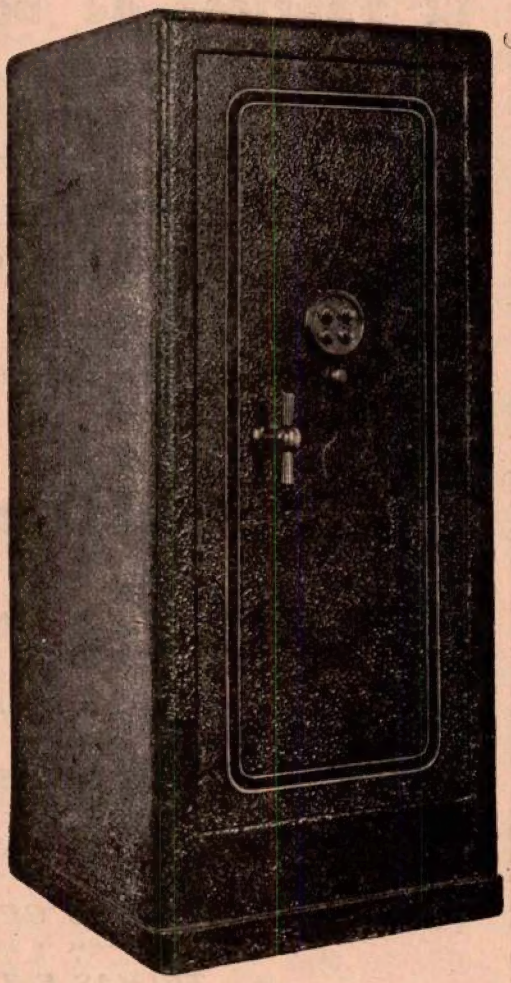
121 — R. de S. Paulo, 129 — LISBOA

139 — R. Mousinho da Silveira, 143 — PORTO

Fábrica PORTUGAL

H. Missa, Limitada

Regueirão dos Anjos — LISBOA



SEGURANÇA ABSOLUTA CONTRA

ROUBO

QUEDA

ÁGUA

FOGO

DEPÓSITOS:

49, Praça dos Restauradores, 57 — 2, Rua Febo Moniz, 20

COMPANHIA DAS FÁBRICAS CERÂMICA LUSITÂNIA

Sociedade Anónima de Responsabilidade Limitada

Antiga Fábrica Bessière

12 Fábricas de bons produtos cerâmicos

Sede social: — R. DO ARCO CEGO, 88 — LISBOA

Armazém no *PORTO — 240, R. Nova do Almada, 253*

Escritório das fábricas de *COIMBRA — Loreto — Estação*

Depósitos próprios de distribuïção e venda em:

FARO, SETÚBAL, LISBOA, COIMBRA, VISEU, PÔRTO e BRAGA

TELEGRAMAS:

Lisboa - EREISSEB

Coimbra - CERÂMICA LUSITANIA

TELEFONES

LISBOA.....	547 e 2626 N (P. B. X.)
COIMBRA...	816
PORTO.....	4581
BRAGA.....	132
VISEU.....	260
SETÚBAL...	435
FARO.....	231

AS MAIORES FABRICAS

DE

LOUÇA SANITÁRIA (1 FÁBRICA)

Retretes, lavatórios, bidets, urinóis, banheiras, pias, retretes turcas, etc. — O melhor fabrico nacional, rivalizando com o melhor estrangeiro

AZULEJOS (2 FÁBRICAS)

Brancos, decorados e artísticos, em pó de pedra e em pasta calcárea (Tipo Espanhol)

LADRILHOS DE CIMENTO (2 FÁBRICAS)

Os mais resistentes, os mais bonitos e os mais baratos

PRODUTOS REFRACTÁRIOS (2 FÁBRICAS)

Barro em pó, tejolos e tejoleiras. — A melhor qualidade e a maior garantia

MOSAICOS CERÂMICOS (1 FÁBRICA)

Os mais resistentes, grande variedade de côres e de tipos

TELHAS E TEJOLOS (4 FÁBRICAS)

Todos os modelos e dimensões, a melhor qualidade, a maior produção, o mais baixo preço

TUBOS DE GRÉS (2 FÁBRICAS)

A melhor qualidade. — A maior resistência. — O mais baixo preço

PRODUÇAO ANUAL: MAIS DE 50 MILHOES DE PRODUTOS

Área construída: mais de 80.000 metros quadrados

1.000 cavalos de fôrça motriz

2.000 operários e empregados

PORTUGUESES! PREFERI OS NOSSOS PRODUTOS!

LIZ

CIMENTO PORTLAND ARTIFICIAL

Em barricas de 180 quilos e sacas de 50 quilos

O melhor e mais regular dos cimentos — Endurecimento rapido — As mais altas resistências

Produção anual de 100.000 toneladas, empregando dois fornos rotativos metálicos

Emprêsa de Cimentos de Leiria

S. . R. L. — Capital 8.000:000$00

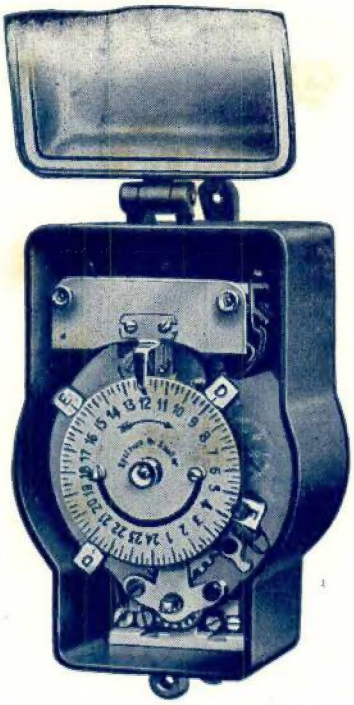
Fábricas em Maceira — **Martingança**

Escritório: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.º — **LISBOA**

Telefones n.os 2 1331/32/33

FILIAL DO NORTE — Rua Formosa, 197 — **PORTO**

AGENTES EM TODO O PAÍS



Iluminação automática de vitrines

Por meio de conjuntores=disjuntores horários, tipo S com corda manual para uma duração de marcha de 18 dias

Pedir preços e impressos de propaganda à casa

Fr. Sauter S. A.

Bâle (Suíssa)

Representante: **Edouard Dalphin,** Engenheiro

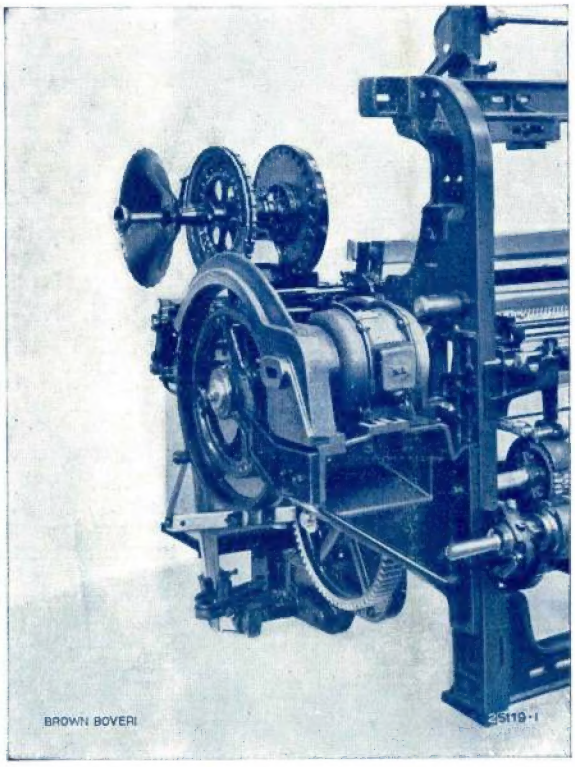
RUA PASSOS MANUEL, 191 — PORTO

SOCIEDADE ANÓNIMA

BROWN, BOVERI & CIE

BADEN

Fábricas em Báden e em Munchenstein (SUISSA)



Comando individual por engrenagem
e motor trifasado, sistema "Brown Boveri-Ruti", de um tear automático

Representante Geral: *EDOUARD DALPHIN*
Engenheiro-Delegado

ESCRITÓRIO TÉCNICO: **R. Passos Manuel, 191** — PORTO

Centrais Termo e Hidro-Eléctricas, Sub-Estações Eléctricas
Caminhos de Ferro Eléctricos

Carros Eléctricos — Máquinas de Extracção — Motores Eléctricos

Comandos Eléctricos Especiais

para as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Tinturaria, etc.